

Übungen Holzbau II Lösungen



DIN EN 1995-1-1 Eurocode 5:2010-12
DIN EN 1995-1-1 Nationaler Anhang:2013-08
DIN EN 1995-1-1/A2:2014-07

Inhaltsverzeichnis Lösungen zu Übungen Holzbau II

1	Zimmermannsmäßige Verbindungen	2
1.1	Entwurf eines Stabanschlusses mit Stirnversatz C24	2
1.2	Tragfähigkeit eines Druckanschlusses mit einer Knagge C24	4
1.3	Entwurf eines zweiseitigen Stabanschlusses durch doppelten Versatz C30	5
1.4	Tragfähigkeit einer Zapfenverbindung C24	6
2	Biegesteife Anschlüsse.....	7
2.1	Biegesteifer Anschluss mit Nägeln in C24	7
2.2	Biegesteifer Anschluss mit innen liegendem Blech und SDÜ in GL24h	9
3	Gebrauchstauglichkeit.....	11
3.1	Gebrauchstauglichkeitsnachweis an einem C30-Balken auf zwei Stützen	11
3.2	Gebrauchstauglichkeitsnachweis an einem GL28h-Kragbalken	14
4	Verformungsberechnung von Balken- und Fachwerktragwerken nach PvK.....	17
4.1	Bock mit eingeschlitztem Blech und Stabdübeln in GL28h.....	17
4.2	C24-Fachwerkträger mit SDÜ.....	18
5	Zusammengesetzte Biegeträger aus Holz und Holzwerkstoffen mit nachgiebigem Verbund	21
5.1	Vergleich zwischen zwei C30-Balken	21
5.2	Nachweis einer genagelten offenen Decke C24/Spanplatte P4	29
5.3	Nachweis einer geklammerten geschlossenen Decke C24/Spanplatte P6	32
6	Zusammengesetzte Druckstäbe aus Holz und Holzwerkstoffen mit nachgiebigem Verbund und doppelsymmetrischem Querschnitt.....	38
6.1	Knicknachweis einer genagelten Stütze Typ A aus GL28h-Querschnitten	38
6.2	Knicknachweis einer genagelten Stütze Typ B aus Querschnitten C24 und GL24h	41

1 Zimmermannsmäßige Verbindungen

1.1 Entwurf eines Stabanschlusses mit Stirnversatz C24

a) Entwurf des Stirnversatzes

Abmessungen und Tragfähigkeit des Stirnversatzes

$$\alpha = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \quad f_{c,\alpha,d} = 1,125 \cdot 7,52 = 8,46 \text{ N/mm}^2$$

$$t_v \leq h_G/6 \rightarrow \text{gewählt } t_v = 180/6 = 30 \text{ mm}$$

$$\text{erf } t_v = \frac{S_d \cdot \cos^2 \alpha}{b \cdot f_{c,\alpha,d}} \rightarrow \max S_d = \frac{t_v \cdot b \cdot f_{c,\alpha,d}}{\cos^2 \alpha} = \frac{30 \cdot 120 \cdot 8,46}{\cos^2 30^\circ} = 40.608 \text{ N} = 40,6 \text{ kN}$$

$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = 1,125 \cdot 1,23 = 1,38$$

$$\text{erf } l_v = \frac{S_d \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{40.600 \cdot \cos 60^\circ}{120 \cdot 1,38} = 123 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt } 200 \text{ mm}$$

$$\frac{\text{erf } l_v}{8 \cdot t_v} = \frac{123}{240} = 0,51 \leq 1$$

b) Nachweis der Tragfähigkeit im Last aufnehmenden horizontalen Zugstab für die maximal anzuschließende Kraft im Druckstab.

$$(\max \{b, h\} = 180 \text{ mm}) > 150 \text{ mm} \rightarrow f_{t,0,d} = 1,0 \cdot 1,125 \cdot 8,9 = 10,0 \text{ N/mm}^2$$

$$(h = 180 \text{ mm}) > 150 \text{ mm} \rightarrow f_{m,d} = 1,125 \cdot 14,8 = 16,7 \text{ N/mm}^2$$

$$U_d = S_d \cdot \cos \gamma = 40,6 \cdot \cos 60^\circ = 20,3 \text{ kN}$$

$$M = U_d \cdot e = 20.300 \cdot (30/2) = 304.500 \text{ Nmm}$$

$$A_n = 120 \cdot (180 - 30) = 120 \cdot 150 = 18.000 \text{ mm}^2$$

$$W_n = 120 \cdot \frac{150^2}{6} = 450.000 \text{ mm}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{18.000}{10,0} + \frac{304.500}{16,7} = \frac{1,128}{10,0} + \frac{0,677}{16,7} = 0,113 + 0,041 = 0,15 \leq 1$$

c) Tragfähigkeit des Druckstabes nach für den Fall, dass der Stirnversatz am oberen Ende auf der entgegengesetzten Stabseite liegt

Die y-Achse des Querschnitts wird senkrecht zur Zeichenebene angenommen.

Nachweis der Knickstabilität um die y-Achse (in der Stabmitte ist $e = 0$ und somit $M_y = 0$)

$$f_{c,0,d} = 1,125 \cdot 12,9 = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ef,y}}{i_y} = \frac{l_{ef,y}}{\left(h_z / \sqrt{12}\right)} = \frac{2.600 \cdot \sqrt{12}}{100} = 90,1 \rightarrow k_{c,y} = 0,364$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{40.600}{100 \cdot 120} = 3,38 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} = \frac{3,38}{0,364 \cdot 14,5} = 0,64 < 1$$

Nachweis der Knickstabilität um die z-Achse (in Stabmitte)

$$\lambda_z = \frac{l_{ef,z}}{i_z} = \frac{l_{ef,z}}{\left(h_y / \sqrt{12}\right)} = \frac{2.600 \cdot \sqrt{12}}{120} = 75,1 \rightarrow k_{c,z} = 0,494 \rightarrow \text{nicht maßgeblich}$$

Nachweis für Biegung und Druck (an den Stabenden)

$$(h = 100 \text{ mm}) \rightarrow f_{m,y,d} = k_{h,y} \cdot 1,125 \cdot 14,8 = 1,084 \cdot 1,125 \cdot 14,8 = 18,0 \text{ N/mm}^2$$

$$e = 0,5 \cdot (h_D - t_v) = 0,5 \cdot (100 - 30) = 35 \text{ mm}$$

$$M_{y,d} = S_d \cdot e = 40.600 \cdot 35 = 1,421 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{1,421 \cdot 10^6}{\frac{120 \cdot 100^2}{6}} = 7,11 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{z,d} = 0 \rightarrow \sigma_{m,z,d} = 0$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \left(\frac{3,38}{14,5}\right)^2 + \frac{7,11}{18,0} = (0,233)^2 + 0,395 = 0,45 < 1$$

d) Tragfähigkeit des Druckstabes nach für den Fall, dass der Stirnversatz am oberen Ende auf der gleichen Stabseite liegt

$$e = 35 \text{ mm} \rightarrow \text{konstant über die Länge des Stabs}$$

Nachweis der Knick- und Kippstabilität um die y-Achse (in Stabmitte)

$$\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2} = \frac{2.600 \cdot 100}{120^2} = 18,1 < 136 = (0,75/\kappa_m)^2 \rightarrow k_{crit} = 1$$

$$\sigma_{m,y,d} = 7,11 \text{ N/mm}^2 \text{ (siehe oben)}$$

$$M_{z,d} = 0 \rightarrow \sigma_{m,z,d} = 0$$

$$\sigma_{c,0,d} = 3,38 \text{ N/mm}^2 \text{ (siehe oben)}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}}\right)^2 = \frac{3,38}{0,364 \cdot 14,5} + \frac{7,11}{1,0 \cdot 18,0} = 0,640 + 0,395 = 1,035 > 1 \rightarrow \text{unzulässig}$$

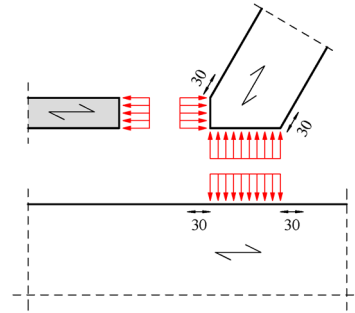
Nachweis der Knickstabilität um die z-Achse (in Stabmitte): $k_{c,z} = 0,494$ siehe oben.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} = \frac{3,38}{0,494 \cdot 14,5} + \left(\frac{7,11}{1 \cdot 18,0}\right)^2 = 0,472 + 0,156 = 0,63 < 1$$

1.2 Tragfähigkeit eines Druckanschlusses mit einer Knagge C24

Kein Versatzanschluss, daher sind die allgemeinen Nachweise für Druck anzuwenden:

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{\frac{F_{c,\alpha,d}}{A_{ef}}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1 \rightarrow F_{c,\alpha,d} \leq A_{ef} \cdot f_{c,\alpha,d}$$



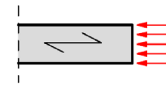
- Maximal aufnehmbare Horizontalkomponente $S_{H,d}$ und S_d (Kontaktfläche Knagge-Druckstab)

$S_{H,d}$ aus Drucknachweis in der Kontaktfläche der Knagge

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow f_{c,0,d} = 1,125 \cdot 12,9 = 14,5 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{ef} = 40 \cdot 120 = 4.800 \text{ mm}^2$$

$$S_{H,d} \leq A_{ef} \cdot f_{c,0,d} = 4.800 \cdot 14,5 = 69.600 \text{ N} = 69,6 \text{ kN}$$

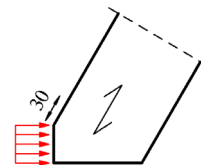


$S_{H,d}$ aus Drucknachweis in der Kontaktfläche des Druckstabes

$$\alpha = 60^\circ, k_{c,90} = 1,0 \rightarrow f_{c,\alpha,d} = 1,125 \cdot 1,97 = 2,22 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{ef} = \left(\frac{40 + 30 \cdot \sin 60^\circ}{66,0 \text{ mm}} \right) \cdot 120 = 7.920 \text{ mm}^2$$

$$S_{H,d} \leq A_{ef} \cdot f_{c,\alpha,d} = 7.920 \cdot 2,22 = 17.553 \text{ N} = 17,6 \text{ kN}$$



S_d aus minimalem $S_{H,d}$ in der Kontaktfläche Knagge-Druckstab

$$S_d = \frac{17,6}{\cos 60^\circ} = 35,2 \text{ kN} \text{ dieser Wert ist maßgeblich, siehe weiter unten}$$

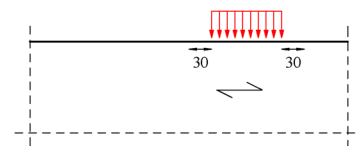
- Maximal aufnehmbare Vertikalkomponente $S_{V,d}$ und S_d (Kontaktfläche Druckstab-Gurt)

$S_{V,d}$ aus Drucknachweis in der Kontaktfläche des Gurtes

$$\alpha = 90^\circ; k_{c,90} = 1,5 \rightarrow f_{c,90,d} = 1,125 \cdot 2,31 = 2,60 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{ef} = (92 + 2 \cdot 30) \cdot 120 = 18.240 \text{ mm}^2$$

$$S_{V,d} \leq A_{ef} \cdot k_{c,90} \cdot f_{c,90,d} = 18.240 \cdot 2,60 = 47.424 \text{ N} = 47,4 \text{ kN}$$

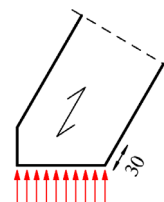


$S_{V,d}$ aus Drucknachweis in der Kontaktfläche des Druckstabes

$$\alpha = 30^\circ, k_{c,90} = 1,0 \rightarrow f_{c,\alpha,d} = 1,125 \cdot 4,53 = 5,10 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{ef} = \left(\frac{92 + 30 \cdot \cos 60^\circ}{107,0 \text{ mm}} \right) \cdot 120 = 12.840 \text{ mm}^2$$

$$S_{V,d} \leq A_{ef} \cdot f_{c,\alpha,d} = 12.840 \cdot 5,10 = 65.434 \text{ N} = 65,4 \text{ kN}$$



S_d aus minimalem $S_{V,d}$ in der Kontaktfläche Druckstab-Gurt

$$S_d = \frac{47,4}{\cos 30^\circ} = 54,8 \text{ kN} \text{ dieser Wert ist nicht maßgeblich}$$

1.3 Entwurf eines zweiseitigen Stabanschlusses durch doppelten Versatz C30

a) Maximal aufnehmbare Anteile der Stabkraft im Druckstab durch Stirnversatz und Fersenversatz

$$t_{v2} \leq h_G/6 = 240/6 = 40 \text{ mm} / t_{v1} \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,8 \cdot t_{v2} \\ t_{v2} - 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,8 \cdot 40 \\ 40 - 10 \end{array} \right\} = 30 \text{ mm}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} = 21^\circ \rightarrow f_{c,\alpha,d} = 10,2 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow R_{1,d} = \frac{t_{v1} \cdot b \cdot f_{c,\alpha,d}}{\cos^2 \alpha} = \frac{30 \cdot 160 \cdot 10,2}{\cos^2 21^\circ} = 56.170 \text{ N}$$

$$\alpha = \gamma = 42^\circ \rightarrow f_{c,d} = f_{c,\alpha,d} = 5,80 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow R_{2,d} = \frac{t_{v2} \cdot b \cdot f_{c,d}}{\cos \alpha} = \frac{40 \cdot 160 \cdot 5,80}{\cos 42^\circ} = 49.950 \text{ N}$$

$$\frac{S_d}{R_{1,d} + R_{2,d}} \leq 1 \rightarrow S_d \leq R_{1,d} + R_{2,d} = 106.120 \text{ N}$$

Berechnung und Nachweis der erforderlichen Vorholzlängen l_{v1} und l_{v2}

$$\text{erf } l_{v1} = \frac{R_{1,d} \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{56.170 \cdot \cos 42^\circ}{160 \cdot 1,23} = 212 \text{ mm}$$

$$\frac{\text{erf } l_{v1}}{8 \cdot t_{v1}} = \frac{212}{8 \cdot 30} = 0,88 < 1$$

$$l_{v1} = 220 \text{ mm gewählt}$$

$$\text{erf } l_{v2} = \frac{S_d \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{106.120 \cdot \cos 42^\circ}{160 \cdot 1,23} = 400,7 \text{ mm}$$

$$\frac{\text{erf } l_{v2}}{8 \cdot t_{v2}} = \frac{400,7}{8 \cdot 40} = 1,25 > 1 \rightarrow \text{unzulässig}$$

$$\text{Die Tragfähigkeit ist also geringer: } \max S_d = \frac{106.120}{1,239} = 84.740 \text{ N}$$

$$\text{erf } l_{v2} = \frac{S_d \cdot \cos \gamma}{b \cdot f_{v,d}} = \frac{84.740 \cdot \cos 42^\circ}{160 \cdot 1,23} = 320 \text{ mm} \rightarrow \frac{\text{erf } l_{v2}}{8 \cdot t_{v2}} = \frac{320}{8 \cdot 40} = 1$$

b) Wie groß muss das Maß l_{v1} mindestens sein?

die Gesamtlänge des Einschnittes in das Last aufnehmende Holz beträgt:

$$L = \frac{h_D}{\sin \gamma} = \frac{160}{\sin 42^\circ} = 239 \text{ mm}$$

der Abstand zwischen den Versatzeinschnitten für Fersen- und Stirnversatz beträgt

$$a = L - t_{v2} \cdot \cot \gamma - t_{v1} \cdot \tan \frac{\gamma}{2} = 239 - 40 \cdot \cot 42^\circ - 30 \cdot \tan 21^\circ = 183 \text{ mm}$$

zwei Bedingungen müssen eingehalten werden: $l_{v1} \geq \text{erf } l_{v1}$ und $(l_{v2} = l_{v1} + a) \geq \text{erf } l_{v2}$

$$\left. \begin{array}{l} l_{v1} \geq \text{erf } l_{v1} = 212 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt: } l_{v1} = 220 \text{ mm} \\ l_{v2} = l_{v1} + a = 220 + 183 = 403 \text{ mm} > \text{erf } l_{v2} = 320 \text{ mm} \end{array} \right\} \rightarrow \text{beide Bedingungen erfüllt.}$$

c) Nachweis der Tragfähigkeit im Last aufnehmenden vertikalen Zugstab für die maximal anzuschließende Kraft in den Druckstäben

$$f_{t,0,d} = 11,1 \text{ N/mm}^2 \quad A_n = \left(240 - 2 \cdot \frac{40}{\sin \gamma} \right) \cdot 160 = 25.600 \text{ mm}^2$$

$$F_{t,0,d} = 2 \cdot \max S_d \cdot \cos \gamma = 2 \cdot 84.690 \cdot \cos 42^\circ = 125.870 \text{ N}$$

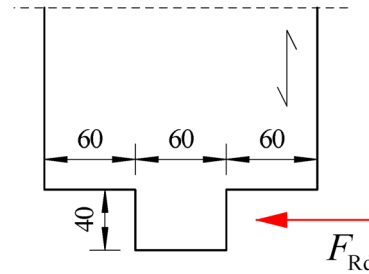
$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{\frac{F_{t,0,d}}{A_n}}{f_{t,0,d}} = \frac{\frac{125.870}{25.600}}{11,7} = \frac{4,92}{11,7} = 0,42 < 1$$

1.4 Tragfähigkeit einer Zapfenverbindung C24

a) Überprüfung der Geometrie und Bestimmung der maximal aufnehmbare Kraft H_d .

Tragfähigkeit des Zapfens

$$\left\{ \begin{array}{l} 15 \text{ mm} \leq [l_z = 40 \text{ mm}] \leq 60 \text{ mm} \\ 1,5 \leq [(h/b) = (180/120) = 1,5] \leq 2,5 \\ [h_o = 60] \geq [h_u = 60] \\ [(h_u/h) = (60/180) = (1/3)] \leq 1/3 \\ [h_z = 60] \geq [(h/6) = (180/6) = 30] \end{array} \right\} \rightarrow \text{erfüllt}$$



$$\alpha = h_e/h = 120/180 = 2/3 \quad \beta = h_z/h_e = 60/120 = 1/2$$

$$k_{90} = \frac{k_n}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha \cdot (1-\alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} = \frac{5,0}{\sqrt{180} \cdot \left(\sqrt{\frac{2}{3} \cdot (1-\frac{2}{3})} + 0,8 \cdot \frac{20}{180} \cdot \sqrt{\frac{1}{(\frac{2}{3})} - (\frac{2}{3})^2} \right)} = 0,662$$

$$k_v = \min \left\{ \frac{1}{k_{90}} \right\} = 0,662$$

$$l_{z,ef} = \min \left\{ \frac{l_z + 30 \text{ mm}}{2 \cdot l_z} \right\} = \min \left\{ \frac{40 + 30}{2 \cdot 40} \right\} = 70 \text{ mm}$$

$$k_z = \beta \cdot \left[1 + 2 \cdot (\beta - 1)^2 \right] \cdot (2 - \alpha) = \frac{1}{2} \cdot \left[1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right)^2 \right] \cdot \left(2 - \frac{2}{3} \right) = 1,00$$

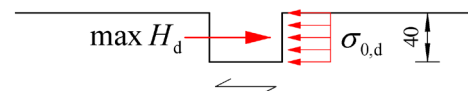
$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = 1,125 \cdot 1,23 = 1,38 \text{ N/mm}^2 \quad f_{90,d} = 1,125 \cdot 1,54 = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{2/3 \cdot b \cdot h_e \cdot k_z \cdot k_v \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}}{1,7 \cdot b \cdot l_{z,ef} \cdot f_{c,90,d}} \right\} = \min \left\{ \frac{2/3 \cdot 120 \cdot 120 \cdot 1,00 \cdot 0,662 \cdot 1,38}{1,7 \cdot 120 \cdot 70 \cdot 1,73} \right\}$$

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{8.770}{24.704} \right\} = 8.770 \text{ N} = 8,77 \text{ kN} = \max H_d$$

Tragfähigkeit in der Kontaktfläche des Zapfenlochs

$$\frac{\sigma_{0,d}}{f_{0,d}} = \frac{(8.770/40 \cdot 120)}{1,125 \cdot 12,9} = \frac{1,83}{14,5} = 0,13 < 1$$



b) Maximal aufnehmbare Stützendruckkraft S_d .

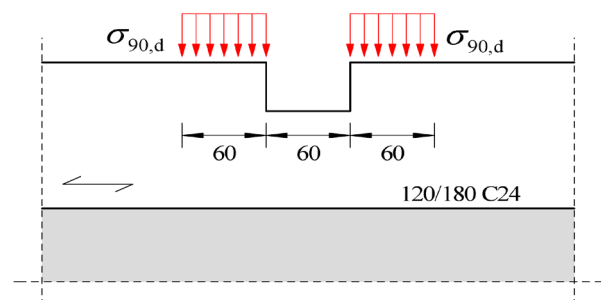
Es wird davon ausgegangen, dass die Hirnholzfläche am Zapfenende nicht in Kontakt zur Schwelle steht, daher wird diese Fläche nicht als tragend angenommen.

Tragfähigkeit der Schwelle

$$A_{ef} = 120 \cdot (180 + 2 \cdot 30) - \underbrace{120 \cdot 60}_{\text{Hirnholzfläche des Zapfens}} = 21.600 \text{ mm}^2$$

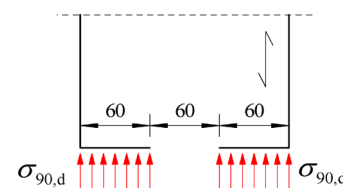
$$k_{c,90} = 1,25 \rightarrow \max S_d = k_{c,90} \cdot f_{c,90,d} \cdot A_{ef}$$

$$\max S_d = 1,25 \cdot 1,73 \cdot 21.600 = 46.710 \text{ N} = 46,7 \text{ kN}$$



Tragfähigkeit der Kontaktfläche am Fuß der Stütze

$$\frac{\sigma_{0,d}}{f_{0,d}} = \frac{(46.700/2 \cdot 60 \cdot 120)}{1,125 \cdot 12,9} = \frac{3,24}{14,5} = 0,22 < 1$$



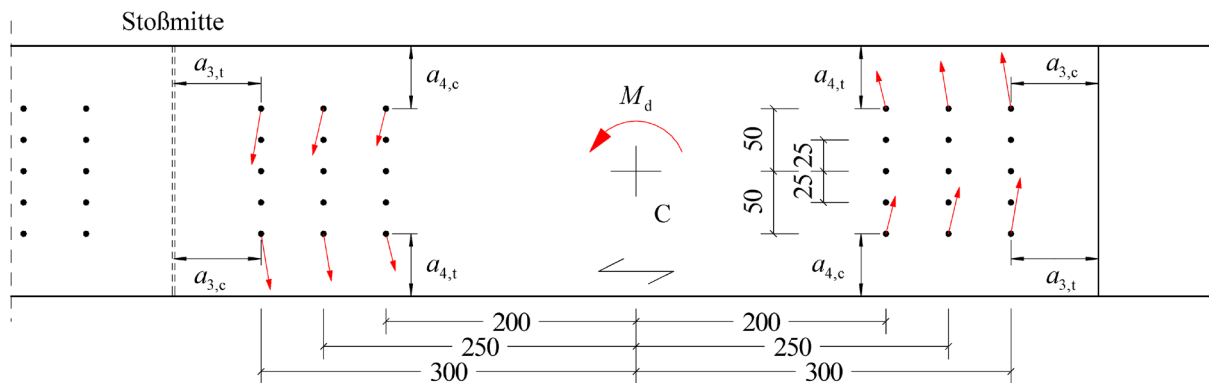
2 Biegesteife Anschlüsse

2.1 Biegesteifer Anschluss mit Nägeln in C24

Überprüfung der Nagelanordnung

Im Mittelholz und in den Laschen kann mit vertretbarem Aufwand keine exakte Abschätzung der Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung geleistet werden. Deshalb werden die Mindestabstände der Nägel jeweils als maximaler Abstand für Winkel $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ berechnet.

	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ; d = 4,6 \text{ mm}$	Mindestabstand	vorhanden
a_1	$\max \left\{ \begin{array}{l} (5 + 5 \cdot \cos 0^\circ) \cdot d \\ (5 + 5 \cdot \cos 90^\circ) \cdot d \end{array} \right\} = 10 \cdot d$	46,0 mm	50 mm
a_2	$5 \cdot d$	23,0 mm	25 mm
$a_{3,t}$	$\max \left\{ \begin{array}{l} (10 + 5 \cdot \cos 0^\circ) \cdot d \\ (10 + 5 \cdot \cos 90^\circ) \cdot d \end{array} \right\} = 15 \cdot d$	69,0 mm	70 mm
$a_{3,c}$	$10 \cdot d$	46,0 mm	70 mm ($= a_{3,t}$)
$a_{4,t}$	$\max \left\{ \begin{array}{l} (5 + 2 \cdot \sin 0^\circ) \\ (5 + 2 \cdot \sin 90^\circ) \end{array} \right\} \cdot d = 7 \cdot d$	32,2 mm	50 mm
$a_{4,c}$	$5 \cdot d$	23,0 mm	50 mm ($= a_{4,t}$)



Ermittlung und Nachweis der Nagelbelastung

- aus Moment

$$F_{M,x} = \frac{M_d \cdot y_j}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} = \frac{10^7 \cdot 50}{10 \cdot (200^2 + 250^2 + 300^2) + 6 \cdot 0^2 + 12 \cdot (25^2 + 50^2)} = \frac{50 \cdot 10^7}{19,25 \cdot 10^5 + 0,375 \cdot 10^5}$$

$$F_{M,x} = \frac{50 \cdot 10^2}{19,625} = 255 \text{ N}$$

$$F_{M,y} = \frac{M_d \cdot x_j}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} = \frac{10^7 \cdot 300}{19,625 \cdot 10^5} = 1.529 \text{ N}$$

- aus Normal- und Querkraft

$$F_N = \frac{N_d}{n} = \frac{0}{30} = 0,0 \text{ N}$$

$$F_V = \frac{V_d}{n} = \frac{5.500}{30} = 183 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{(F_{M,x} + F_N)^2 + (F_{M,y} + F_V)^2} = \sqrt{(255 + 0,0)^2 + (1.529 + 183)^2}$$

$$F = \sqrt{0,065 \cdot 10^6 + 2,931 \cdot 10^6} = 1.731 \text{ N}$$

$$F_{v,Ed} = 1.731/2 = 866 \text{ N}$$

- Ermittlung des Winkels zwischen Kraft- und Faserrichtung (bei Nägeln nicht erforderlich)

$$\alpha = \arctan \frac{F_{M,y} + F_V}{F_{M,x} + F_N} = \arctan \frac{1.529 + 183}{255 + 0,0} = \arctan(6,714) = 81,5^\circ$$

Nachweis der Nagelbelastung

Überprüfung der Mindestholzdicke in nicht vorgebohrten Nagelverbindungen:

$$t = \max \left\{ \frac{14 \cdot d}{(13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_k}{200}} \right\} = \max \left\{ \frac{14 \cdot 4,6}{(13 \cdot 4,6 - 30) \cdot \frac{350}{200}} \right\} = \max \left\{ \frac{64,4}{52,2} \right\} = 64,4 \text{ mm} \rightarrow \text{eingehalten}$$

Bestimmung der Tragfähigkeit eines Nagels

$$t_{\text{req}} = 41 \text{ mm} < 120 - 70 = 50 \text{ mm} \rightarrow \text{Mindesteinbindetiefe eingehalten}$$

$$F_{v,Rd,Joh} = 892 \text{ N (je Nagel/Scherfuge)}$$

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd,Joh}} = \frac{866}{892} = 0,97 < 1 \rightarrow \text{Nachweis erbracht}$$

Ermittlung und Nachweis der erhöhten Querkraft im Anschlussbereich

$$V_{A,d} = \frac{|M_d|}{2} \cdot \frac{\sum |x_i|}{\sum x_i^2 + \sum y_i^2} + \frac{|V_d|}{2} = \frac{10^7}{2} \cdot \frac{10 \cdot (200 + 250 + 300)}{19,625 \cdot 10^5} + \frac{5.500}{2}$$

$$V_{A,d} = 19.108 + 2.750 \approx 21.860 \text{ N}$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_{A,d}}{A} = 1,5 \cdot \frac{21.860}{120 \cdot 200} = 1,366 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{k_{cr} \cdot f_{v,k}}{\gamma_m} = 0,8 \cdot \frac{2,0}{1,3} = 1,23$$

$$\frac{\tau_d}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{1,366}{1,23} = 1,11 > 1 \rightarrow \text{unzulässig}$$

2.2 Biegesteifer Anschluss mit innen liegendem Blech und SDÜ in GL24h

Beanspruchung bezogen auf C in der Dübelgruppe links

$$M_d = V_d \cdot e = 26 \cdot 0,25 = 6,5 \text{ kNm} = 6,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

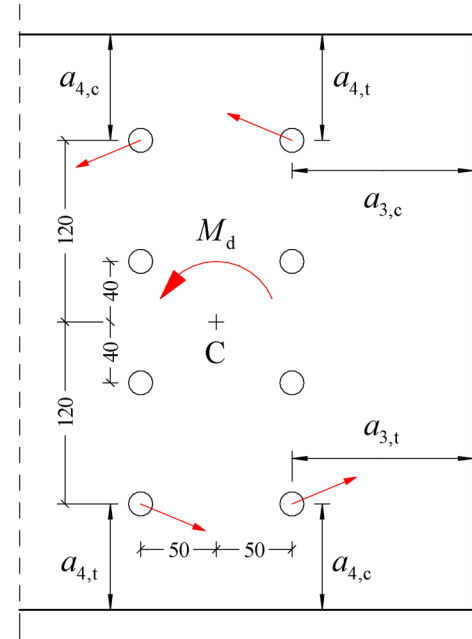
Stabdübelbelastung aus Moment

$$F_{M,x} = \frac{M_d \cdot y_j}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} = \frac{6,5 \cdot 10^6 \cdot 120}{8 \cdot 50^2 + 4 \cdot (40^2 + 120^2)} = 9.286 \text{ N}$$

$$F_{M,y} = \frac{M_d \cdot x_j}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} = \frac{6,5 \cdot 10^6 \cdot 50}{0,840 \cdot 10^5} = 3.869 \text{ N}$$

Stabdübelbelastung aus Normal- und Querkraft

$$F_N = \frac{N_d}{n} = \frac{0}{8} = 0,0 \text{ N} \quad F_V = \frac{V_d}{n} = \frac{26.000}{8} = 3.250 \text{ N}$$



$$F = \sqrt{(F_{M,x} + F_N)^2 + (F_{M,y} + F_V)^2} = \sqrt{(9.286 + 0,0)^2 + (3.869 + 3.250)^2} = \sqrt{(9.286)^2 + (7.119)^2}$$

$$F = 11.700 \text{ N}$$

$$F_{v,Ed} = 11.700/2 = 5.850 \text{ N}$$

$$\text{Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung: } \alpha = \arctan \frac{F_{M,y} + F_V}{F_{M,x} + F_N} = \arctan \frac{7.119}{9.286} = 37,5^\circ$$

Ermittlung der Tragfähigkeit der Stabdübel in der Dübelgruppe links für $\alpha = 37,5^\circ$

$$t_{\text{req}} = \left(\frac{1}{k_1} \right) \cdot k_2 \cdot \frac{97,8 + 99,8}{2} = \left(\frac{1}{1,049} \right) \cdot \underbrace{1,0}_{\text{GL24h}} \cdot 98,8 = 94,2 \text{ mm} > 80 \text{ mm} \rightarrow \text{Abminderung}$$

$$F_{v,Rd,Joh} = \frac{t}{t_{\text{req}}} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{9,72 + 9,52}{2} = \left(\frac{80}{94,2} \right) \cdot 1,049 \cdot 1,0 \cdot 9,62 = 8,57 \text{ kN}$$

Nachweis der maximalen Stabdübelbelastung mit (n_{ef}/n) für $\alpha = 37,5^\circ$ und $a_1 = 100 \text{ mm}$

$$n_{ef,\alpha=0^\circ} = \min \left\{ n ; n^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{a_1}{13 \cdot d}} \right\} = \min \left\{ 2 ; 2^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{100}{13 \cdot 16}} \right\} = 1,554 \quad n_{ef,\alpha=90^\circ} = n = 2$$

$$n_{ef,\alpha=37,5^\circ} = 1,554 + (37,5/90) \cdot (2 - 1,554) = 1,740 \rightarrow (n_{ef}/n) = 0,870$$

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} = \frac{5.850}{8.570} = 0,68 < 1 \quad \text{und} \quad \frac{F_{v,Ed} \cdot \cos \alpha}{(n_{ef}/n) \cdot F_{v,Rd}} = \frac{5.850 \cdot \cos 37,5^\circ}{0,870 \cdot 8.570} = 0,62 < 1$$

Überprüfung der Stabdübelanordnung in der Dübelgruppe links (der Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung variiert von SDü zu SDü):

	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ; d = 16 \text{ mm}$	Mindestabstand	vorhanden
a_1	$(3 + 2 \cdot \cos \alpha) \cdot d = 5 \cdot d$	80 mm	100 mm
a_2	$3 \cdot d$	48 mm	80 mm
$a_{3,t}$	$\max \{7 \cdot d; 80 \text{ mm}\}$	112 mm	120 mm
$a_{3,c}$	---	---	---
$a_{4,t}$	$\max \{(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d; 3 \cdot d\} = 4 \cdot d$	64 mm	70
$a_{4,c}$	---	---	---

Ermittlung und Nachweis der erhöhten Querkraft im Anschlussbereich

$$V_{A,d} = \frac{|M_d|}{2} \cdot \frac{\sum |x_i|}{\sum x_i^2 + \sum y_i^2} + \frac{|V_d|}{2} = \frac{6,5 \cdot 10^6}{2} \cdot \frac{8 \cdot 50}{0,84 \cdot 10^5} + \frac{26.000}{2} = 15.476 + 13.000 = 28.476 \text{ N}$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_{A,d}}{A} = 1,5 \cdot \frac{28.476}{(170-10) \cdot 380} = 0,703 \text{ N/mm}^2 \quad k_{cr} \cdot f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{k_{cr} \cdot f_{v,k}}{\gamma_m} = 0,8 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,54$$

$$\frac{\tau_d}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{0,703}{1,54} = 0,46 < 1$$

Nachweis der Dübelverbindung in der Stütze (rechte Gruppe)

	$\alpha = 0^\circ; d = 16 \text{ mm}$	Mindestabstand	vorhanden
a_1	$(3 + 2 \cdot \cos \alpha) \cdot d = 5 \cdot d$	80 mm	80 mm
a_2	---	---	---
$a_{3,t}$	---	---	---
$a_{3,c}$	---	---	---
$a_{4,t}$	---	---	---
$a_{4,c}$	$3 \cdot d$	48 mm	80

Tragfähigkeit in der Dübelgruppe rechts für $\alpha = 0^\circ$

$$t_{req} = \left(\frac{1}{k_1} \right) \cdot k_2 \cdot 89,5 = \underbrace{\left(\frac{1}{1,049} \right)}_{\text{GL24h S235}} \cdot 1,0 \cdot 89,5 = 85,3 \text{ mm} > 80 \text{ mm} \rightarrow \text{Abminderung}$$

$$F_{V,Rd,Joh} = \frac{t}{t_{req}} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot 10,62 = \left(\frac{80}{85,3} \right) \cdot 1,049 \cdot 1,0 \cdot 10,62 = 10,4 \text{ kN}$$

$$F_{v,Ed} = \frac{26.000}{4 \cdot 2} = 3.250 \text{ N}$$

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} = \frac{3.250}{10.400} = 0,31 < 1 \quad \text{und} \quad \frac{F_{v,Ed} \cdot \cos \alpha}{(n_{ef}/n) \cdot F_{v,Rd}} = \frac{3.250 \cdot \cos 0^\circ}{0,686 \cdot 10.400} = 0,46 < 1$$

3 Gebrauchstauglichkeit

3.1 Gebrauchstauglichkeitsnachweis an einem C30-Balken auf zwei Stützen

Zunächst muss die Anfangsdurchbiegung in der Mitte des Trägers nach PvK berechnet werden. Hierzu werden die Momentenverläufe zu Gleichlast q , Einzellast F und zum virtuellen Kraftzustand $\bar{1}$ ermittelt, siehe Abb. 3-1.

Querschnittswerte:

$$I = I_{\text{Träger}} = \frac{140 \cdot 240^3}{12} = 161,28 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad A = A_{\text{Stütze}} = 140^2 = 19,6 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \quad E_{0,\text{mean}} = 12.000 \text{ N/mm}^2$$

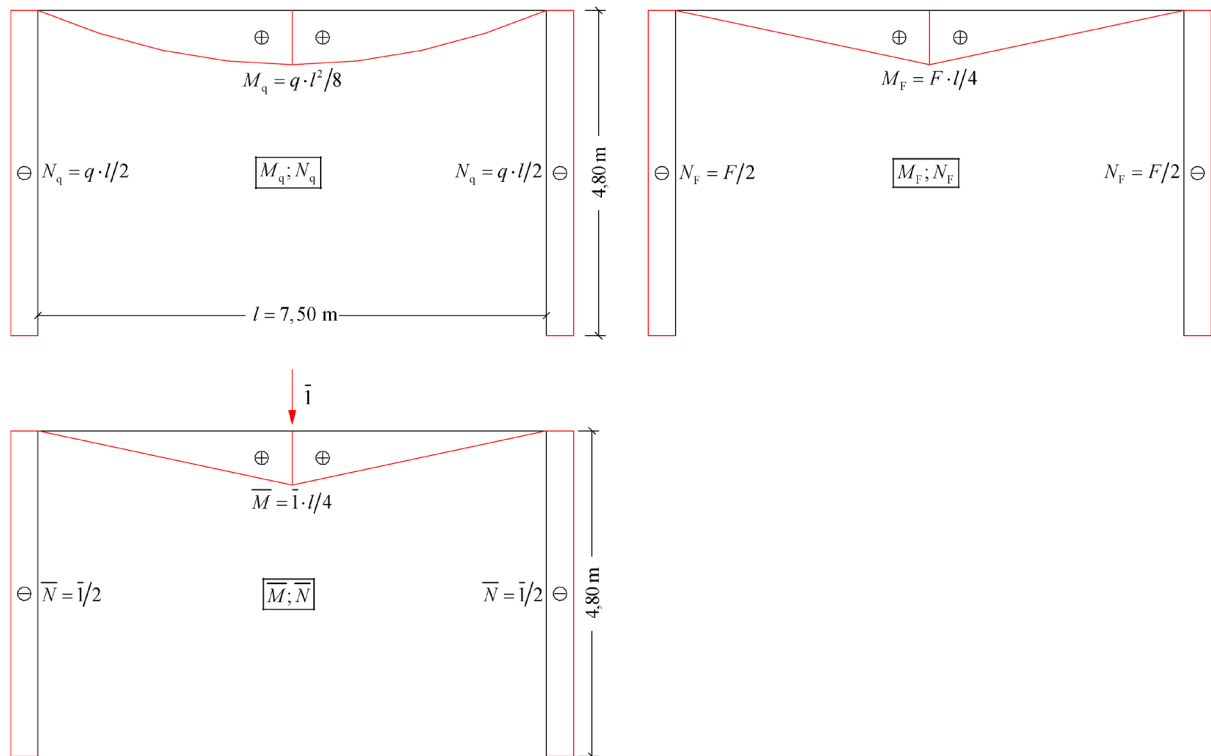


Abb. 3-1 Momenten- und Normalkraftverläufe aus vorhandener Belastung und virtueller Last

Vorhandene Last		M	Werte
Eigengewicht	$q_{G,k} = 0,3 \text{ kN/m}$	$M_q = q \cdot l^2/8$	$M_q = 0,3 \cdot 7.500^2/8 = 2,109 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$
		$N_q = q \cdot l/2$	$N_q = 0,3 \cdot 7.500/2 = 1,125 \cdot 10^3 \text{ N}$
Verkehr	$q_{Q,k} = 0,5 \text{ kN/m}$	$M_q = q \cdot l^2/8$	$M_q = 0,5 \cdot 7.500^2/8 = 3,516 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$
		$N_q = q \cdot l/2$	$N_q = 0,5 \cdot 7.500/2 = 1,875 \cdot 10^3 \text{ N}$
	$F_{Q,k} = 1,4 \text{ kN}$	$M_F = F \cdot l/4$	$M_F = 1.400 \cdot 7.500/4 = 2,625 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$
		$N_F = F/2$	$N_F = 1.400/2 = 0,7 \cdot 10^3 \text{ N}$
Virtuelle Last		$\overline{M}$	Werte
$F = \bar{1}$		$\overline{M} = \bar{1} \cdot l/4$	$\overline{M} = \bar{1} \cdot 7.500/4 = 1,875 \cdot 10^3 \text{ mm}$
		$\overline{N} = \bar{1}/2$	$\overline{N} = 0,5$

Berechnung der Anfangsdurchbiegung mit PvK

$$\text{Durchbiegungsanteil aus } q: w_q = \frac{M_q \cdot \bar{M}}{2,4 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot 7.500 + 2 \cdot \frac{N_q \cdot \bar{N}}{E_{0,\text{mean}} \cdot A} \cdot 4.800$$

$$\text{Durchbiegungsanteil aus } F: w_F = \frac{M_F \cdot \bar{M}}{3 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot 7.500 + 2 \cdot \frac{N_F \cdot \bar{N}}{E_{0,\text{mean}} \cdot A} \cdot 4.800$$

Anfangsdurchbiegung aus ständigen Einwirkungen $q_{G,k} = 0,3 \text{ kN/m}$

$$w_{\text{inst,G}} = w_q = \underbrace{\frac{2,109 \cdot 10^6 \cdot 1,875 \cdot 10^3}{2,4 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot 7.500}_{\text{aus Durchbiegung Träger}} + \underbrace{2 \cdot \frac{1,125 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{E_{0,\text{mean}} \cdot A} \cdot 4.800}_{\text{aus Verkürzung Stützen}}$$

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{2,109 \cdot 10^6 \cdot 1,875 \cdot 10^3 \cdot 7,5 \cdot 10^3}{2,4 \cdot 12,0 \cdot 10^5 \cdot 161,28 \cdot 10^6} + 2 \cdot \frac{1,125 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 4,8 \cdot 10^3}{12,0 \cdot 10^5 \cdot 19,6 \cdot 10^5}$$

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{6,38}{\text{aus Durchbiegung Träger}} + \frac{0,02}{\text{aus Verkürzung Stützen, Anteil vernachlässigbar!}} = 6,4 \text{ mm}$$

Anfangsdurchbiegung aus Verkehr $q_{Q,k} = 0,5 \text{ kN/m}$ und $F_{Q,k} = 1,4 \text{ kN}$

$$w_q = \frac{0,5}{0,3} \cdot 6,4 = 10,67 \text{ mm} \quad (\text{wenn Belastung } q \text{ von } 0,3 \text{ kN/m auf } 0,5 \text{ kN/m erhöht wird steigt die Durchbiegung entsprechend})$$

$$w_F = \frac{M_F \cdot \bar{M}}{3 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot 7.500 + 2 \cdot \frac{N_F \cdot \bar{N}}{E_{0,\text{mean}} \cdot A} \cdot 4.800 = \frac{2,625 \cdot 10^3 \cdot 1,875 \cdot 10^3}{3 \cdot 12,0 \cdot 10^5 \cdot 161,28 \cdot 10^6} \cdot 7,5 \cdot 10^3 = 6,36 \text{ mm}$$

aus Verkürzung Stützen, Anteil vernachlässigbar!

$$w_{\text{inst,Q,1}} = w_q + w_F = 10,67 + 6,36 = 17,03 \approx 17 \text{ mm}$$

Alternative Berechnung der Anfangsdurchbiegungen mit Hilfe von Standardwerken

Der Anteil aus der Verkürzung der Stützen wird vernachlässigt.

$$\text{Durchbiegungsanteil aus } q: w_q = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

$$\text{Durchbiegungsanteil aus } F: w_F = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

Anfangsdurchbiegung $w_{G,\text{inst}}$ aus ständigen Einwirkungen $q_{G,k} = 0,3 \text{ kN/m}$

$$w_{\text{inst,G}} = w_q = \frac{5 \cdot 0,3 \cdot 7,5^4 \cdot 10^{12}}{384 \cdot 12,0 \cdot 10^5 \cdot 0,16128 \cdot 10^9} = 6,38 \approx 6,4 \text{ mm}$$

Anfangsdurchbiegung $w_{Q,1,\text{inst}}$ aus Verkehr $q_{Q,k} = 0,5 \text{ kN/m}$ und $F_{Q,k} = 1,4 \text{ kN}$

$$w_q = \frac{0,5}{0,3} \cdot 6,4 = 10,67 \text{ mm}$$

$$w_F = \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot 7,5^3 \cdot 10^9}{48 \cdot 12,0 \cdot 10^5 \cdot 0,16128 \cdot 10^9} = 6,36 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst,Q,1}} = w_q + w_F = 10,67 + 6,36 = 17,03 \approx 17 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweis bei einer veränderlichen Einwirkung, keine Überhöhung

Verformungsbeiwert für C30 bei NKL 1 $k_{\text{def}} = 0,6$

Wohn-, Aufenthalts- und Büroräume, Kategorie A, B $\psi_{0,1} = 0,7$ $\psi_{2,1} = 0,3$

a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} + \sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}}) = 6,4 + 17 = 23,4 \text{ mm} < \frac{7.500}{300} = 25 \text{ mm}$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 23,4 + (6,4 + 0,3 \cdot 17) \cdot 0,6 = 30,3 < \frac{7.500}{200} = 37,5 \text{ mm}$$

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_{\text{c}} = (6,4 + 0,3 \cdot 17) \cdot (1 + 0,6) = 18,4 < \frac{7.500}{300} = 25 \text{ mm}$$

3.2 Gebrauchstauglichkeitsnachweis an einem GL28h-Kragbalken

Zunächst wird die Anfangsdurchbiegung am Ende des Kragbalkens nach PvK berechnet. Hierzu werden die Momentenverläufe zu Gleichlast q , Einzellast F und zum virtuellen Kraftzustand $\bar{1}$ ermittelt, siehe Abb. 3-2.

Querschnittswerte: $I = \frac{240 \cdot 480^3}{12} = 2,212 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$

$E_{0,\text{mean}} = 12.600 \text{ N/mm}^2$

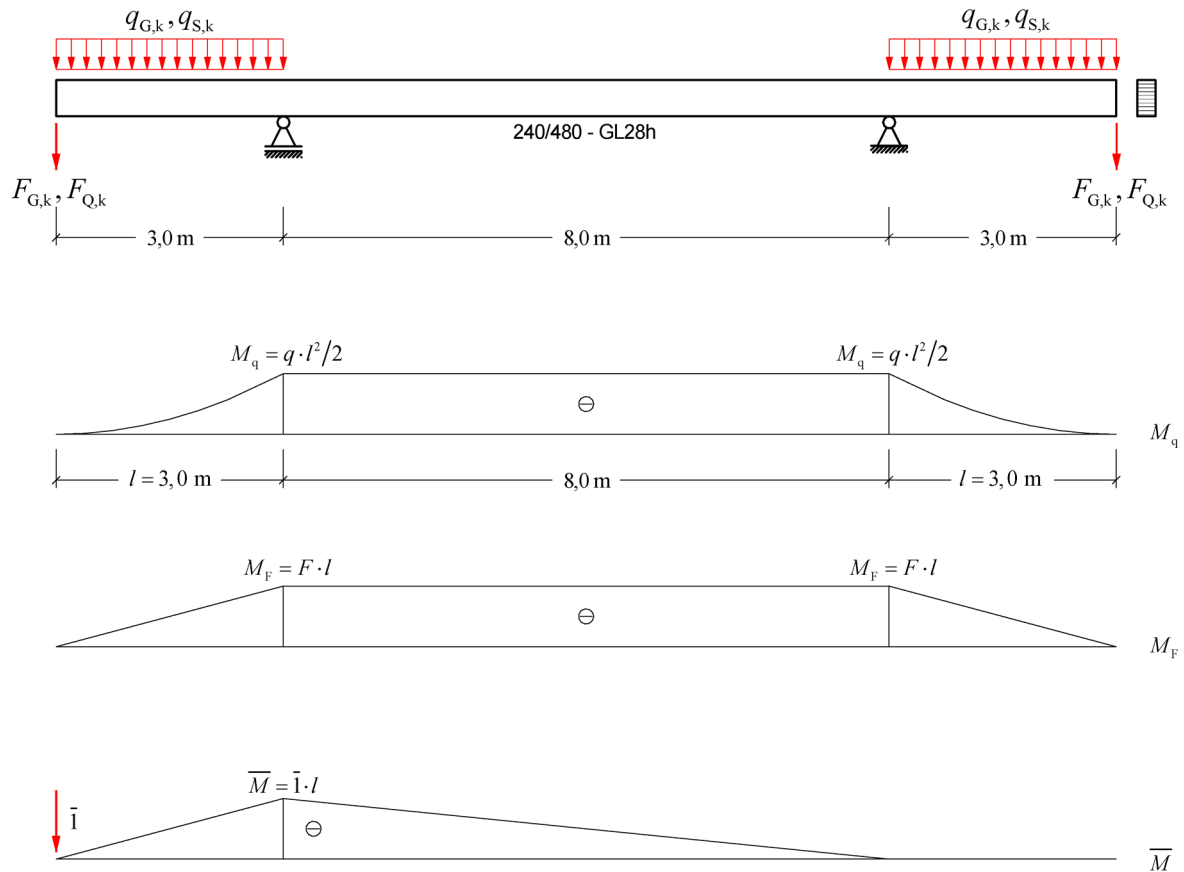


Abb. 3-2 Momentenverläufe aus vorhandener Belastung und virtueller Last

Vorhandene Last		M	Werte in [Nmm]
Eigengewicht	$q_{G,k} = 2,0 \text{ kN/m}$	$M_q = q_{G,k} \cdot l^2 / 2$	$M_q = 2,0 \cdot 3.000^2 / 2 = 9 \cdot 10^6$
	$F_{G,k} = 3,0 \text{ kN}$	$M_F = F_{G,k} \cdot l$	$M_F = 3.000 \cdot 3.000 = 9 \cdot 10^6$
Schnee	$q_{S,k} = 6,6 \text{ kN/m}$	$M_q = q_{S,k} \cdot l^2 / 2$	$M_q = 6,6 \cdot 3.000^2 / 2 = 29,7 \cdot 10^6$
Verkehr	$F_{Q,k} = 4,5 \text{ kN}$	$M_F = F_{Q,k} \cdot l$	$M_F = 4.500 \cdot 3.000 = 13,5 \cdot 10^6$
Virtuelle Last		$\bar{M}$	Werte in [mm]
$F = \bar{1}$		$\bar{M} = \bar{1} \cdot l$	$\bar{M} = \bar{1} \cdot 3.000 = 3 \cdot 10^3$

Berechnung der Anfangsdurchbiegung mit PvK

Durchbiegungsanteil aus q

$$w_q = \frac{M_q \cdot \bar{M}}{4 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot 3.000 + \frac{M_q \cdot \bar{M}}{2 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot 8.000 = \frac{M_q \cdot \bar{M}}{E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{8}{2} \right) \cdot 10^3 = 4,75 \cdot 10^3 \cdot \frac{M_q \cdot \bar{M}}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

Durchbiegungsanteil aus F

$$w_F = \frac{M_F \cdot \bar{M}}{3 \cdot E_{0,mean} \cdot I} \cdot 3.000 + \frac{M_F \cdot \bar{M}}{2 \cdot E_{0,mean} \cdot I} \cdot 8.000 = \frac{M_F \cdot \bar{M}}{E_{0,mean} \cdot I} \cdot \left(\frac{3}{3} + \frac{8}{2} \right) \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^3 \cdot \frac{M_F \cdot \bar{M}}{E_{0,mean} \cdot I}$$

Anfangsdurchbiegung $w_{G,inst}$ aus ständigen Einwirkungen $q_{G,k} = 2,0 \text{ kN/m}$ und $F_{G,k} = 3,0 \text{ kN}$

$$w_{inst,G} = \underbrace{4,75 \cdot 10^3 \cdot \frac{M_q \cdot \bar{M}}{E_{0,mean} \cdot I}}_{\text{aus } q_{G,k}=2,0 \text{ kN/m}} + \underbrace{5 \cdot 10^3 \cdot \frac{M_F \cdot \bar{M}}{E_{0,mean} \cdot I}}_{\text{aus } F_{G,k}=3,0 \text{ kN}}$$

$$w_{inst,G} = \frac{4,75 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^5}{12,6 \cdot 10^3 \cdot 2,212 \cdot 10^9} + \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^5}{12,6 \cdot 10^3 \cdot 2,212 \cdot 10^9} = \underbrace{4,60}_{\text{aus } q_{G,k}=2,0 \text{ kN/m}} + \underbrace{4,84}_{\text{aus } F_{G,k}=3,0 \text{ kN}} = 9,4 \text{ mm}$$

Anfangsdurchbiegung $w_{Q,1,inst}$ aus Schneelast $q_{S,k} = 6,6 \text{ kN/m}$

$$w_{inst,Q,1} = \frac{6,6}{2,0} \cdot 4,60 = 15,2 \text{ mm} \quad (\text{wenn Belastung } q \text{ von } 2,0 \text{ kN/m} \text{ auf } 6,6 \text{ kN/m} \text{ erhöht wird steigt die Durchbiegung entsprechend})$$

Anfangsdurchbiegung $w_{Q,2,inst}$ aus Verkehr $F_{Q,k} = 4,5 \text{ kN}$

$$w_{inst,Q,2} = \frac{4,5}{3,0} \cdot 4,84 = 7,3 \text{ mm} \quad (\text{wenn Belastung } F \text{ von } 3,0 \text{ kN} \text{ auf } 4,5 \text{ kN} \text{ erhöht wird steigt die Durchbiegung entsprechend})$$

Alternative Berechnung der Anfangsdurchbiegungen mit Hilfe von Standardwerken

Zur Berechnung der Durchbiegung am Ende des Kragträgers werden zwei Anteile ermittelt:

1. Der Anteil w_ϕ aus der Verdrehung der Balkenachse an den Auflagern. Diese Verdrehung entsteht durch die Krümmung des Balkenabschnittes mit der Länge l_2 zwischen den Auflagern infolge des konstanten Momentenverlaufs (Abb. 3-3, obere Skizze).
2. Der Anteil aus der Biegung im Kragarm mit der Länge l_1 (Abb. 3-3, untere Skizze).

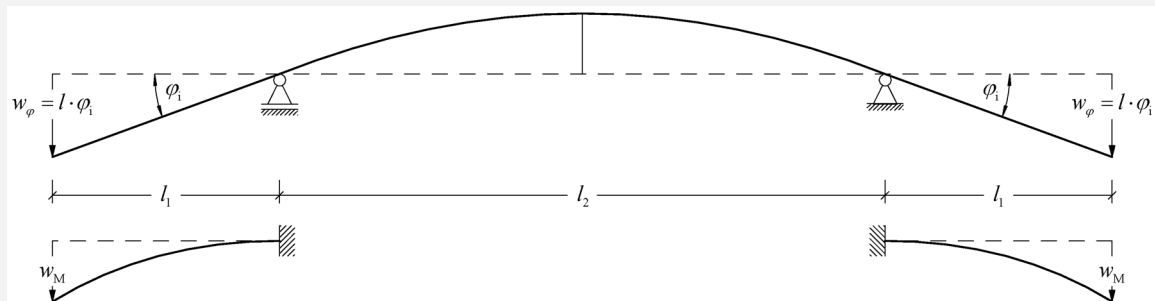


Abb. 3-3 Durchbiegungsanteile am Kragarm

Durchbiegungsanteil aus q

$$\phi = \frac{(2 \cdot M_q + M_q) \cdot l_2}{6 \cdot E_{0,mean} \cdot I} = \frac{3 \cdot M_q \cdot l_2}{6 \cdot E_{0,mean} \cdot I} = \frac{M_q \cdot l_2}{2 \cdot E_{0,mean} \cdot I} \quad (\text{siehe Schneider/Wendehorst})$$

$$w_\phi = l_1 \cdot \phi = \frac{M_q \cdot l_1 \cdot l_2}{2 \cdot E_{0,mean} \cdot I}$$

$$w_M = \frac{q \cdot l_1^4}{8 \cdot E_{0,mean} \cdot I} \quad (\text{siehe Schneider/Wendehorst})$$

$$w_q = w_\phi + w_M = \left(\frac{M_q \cdot l_1 \cdot l_2}{2} + \frac{q \cdot l_1^4}{8} \right) \cdot \frac{1}{E_{0,mean} \cdot I}$$

Durchbiegungsanteil aus F

$$w_{\varphi} = l_1 \cdot \varphi = \frac{M_F \cdot l_1 \cdot l_2}{2 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \quad (\text{wie zuvor})$$

$$w_M = \frac{F \cdot l_1^3}{3 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \quad (\text{siehe Schneider/Wendehorst})$$

$$w_F = w_{\varphi} + w_M = \left(\frac{M_F \cdot l_1 \cdot l_2}{2} + \frac{F \cdot l_1^3}{3} \right) \cdot \frac{1}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

Anfangsdurchbiegung $w_{G,\text{inst}}$ aus ständigen Einwirkungen $q_{G,k}$ und $F_{G,k}$

$$w_{\text{inst},G} = \underbrace{\left(\frac{M_q \cdot l_1 \cdot l_2}{2} + \frac{q \cdot l_1^4}{8} \right) \cdot \frac{1}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}}_{w_q \text{ aus } q_{G,k}=2,0 \text{ kN/m}} + \underbrace{\left(\frac{M_F \cdot l_1 \cdot l_2}{2} + \frac{F \cdot l_1^3}{3} \right) \cdot \frac{1}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}}_{w_F \text{ aus } F_{G,k}=3,0 \text{ kN}}$$

$$w_{\text{inst},G} = \left(\frac{9 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 10^6}{2} + \frac{2,0 \cdot 3^4 \cdot 10^{12}}{8} \right) \cdot \frac{1}{12,6 \cdot 10^9 \cdot 2,212 \cdot 10^9} + \left(\frac{9 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 10^6}{2} + \frac{3 \cdot 10^6 \cdot 3^3 \cdot 10^9}{3} \right) \cdot \frac{1}{12,6 \cdot 10^9 \cdot 2,212 \cdot 10^9}$$

$$w_{\text{inst},G} = w_q + w_F = \underbrace{4,60}_{w_q \text{ aus } q_{G,k}=2,0 \text{ kN/m}} + \underbrace{4,84}_{w_F \text{ aus } F_{G,k}=3,0 \text{ kN}} = 9,4 \text{ mm}$$

Anfangsdurchbiegung $w_{\text{inst},Q,1}$ aus Schneelast $q_{S,k} = 6,6 \text{ kN/m}$: $w_{\text{inst},Q,1} = \frac{6,6}{2,0} \cdot 4,60 = 15,2 \text{ mm}$

Anfangsdurchbiegung $w_{\text{inst},Q,2}$ aus Verkehr $F_{Q,k} = 4,5 \text{ kN}$: $w_{\text{inst},Q,2} = \frac{4,5}{3,0} \cdot 4,84 = 7,3 \text{ mm}$

Gebrauchstauglichkeitsnachweis bei mehreren veränderlichen Einwirkungen, Träger überhöht

Verformungsbeiwert für GL 28h bei NKL 1

$$k_{\text{def}} = 0,6$$

Schnee- und Eislasten über NN + 1000 m

$$\psi_{0,1} = 0,7$$

$$\psi_{2,1} = 0,2$$

Versammlungs- und Verkaufsräume, Kategorie C, D

$$\psi_{0,2} = 0,7$$

$$\psi_{2,2} = 0,6$$

a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst},G} + w_{\text{inst},Q,1} + \sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{\text{inst},Q,i})$$

$$w_{\text{inst}} = 9,4 + 15,2 + 0,7 \cdot 7,3 = 29,7 < \frac{3.000}{100} = 30 \text{ mm}$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst},G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst},Q,i} \right) \cdot k_{\text{def}}$$

$$w_{\text{fin}} = 29,7 + (9,4 + 0,2 \cdot 15,2 + 0,6 \cdot 7,3) \cdot 0,6 = 39,8 < \frac{3.000}{75} = 40 \text{ mm}$$

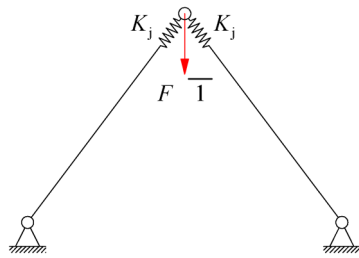
c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst},G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst},Q,i} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c$$

$$w_{\text{net,fin}} = (9,4 + 0,2 \cdot 15,2 + 0,6 \cdot 7,3) \cdot (1 + 0,6) - 20 = 7 \text{ mm} < \frac{3.000}{125} = 24 \text{ mm}$$

4 Verformungsberechnung von Balken- und Fachwerktragwerken nach PvK

4.1 Bock mit eingeschlitztem Blech und Stabdübeln in GL28h



Stabkräfte aus ständiger und veränderlicher Last sowie aus virtueller Kraft $\bar{I}$

$$N_G = -62,5 \text{ kN} \quad N_Q = -81,25 \text{ kN}$$

$$\bar{N} = -0,625$$

Federsteifigkeit aus 9 SDÜ mit je 2 Scherflächen in GL28h

$$K_{\text{ser}} = 2 \cdot 6.863 = 13.726 \rightarrow K_j = n \cdot m \cdot K_{\text{ser}} = 9 \cdot 2 \cdot 13.726 = 247.068 \text{ N/mm}$$

Anfangsverformung aus ständiger Last ($M = 0$ und $Q = 0$)

$$w_{\text{inst,G}} = \sum_i \frac{S_i \cdot \bar{S}_i}{E_{0,\text{mean}} \cdot A} \cdot l_i + \sum_k \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_j}$$

$$w_{\text{inst,G}} = 2 \cdot \frac{-62,5 \cdot 10^3 \cdot (-0,625)}{12,6 \cdot 10^3 \cdot 200^2} \cdot 5,0 \cdot 10^3 + 2 \cdot \frac{-62,5 \cdot 10^3 \cdot (-0,625)}{247,068 \cdot 10^3}$$

$$w_{\text{inst,G}} = 0,78 + 0,29 = 1,07 \text{ mm}$$

Anfangsverformung aus veränderlicher Last

$$w_{\text{inst,Q,1}} = \frac{130}{100} \cdot 1,07 \text{ mm} = 1,39 \text{ mm}$$

Beiwerte: $k_{\text{def}} = 0,6$ und $\psi_{2,1} = 0,8$

Nachweis

a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination: $w_{\text{inst}} \leq \frac{l}{300}$

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} + \sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}}) = 1,07 + 1,39 = 2,46 \text{ mm} < \frac{6.000}{300} = 20 \text{ mm}$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination: $w_{\text{fin}} \leq \frac{l}{200}$

Da das Tragwerk ausschließlich Stahlblech-Holzverbindungen aufweist, können die Endverformungen vereinfacht nachgewiesen werden, da alle Verformungsbeiwerte k_{def} gleich groß sind.

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}}$$

$$= 2,46 + (1,07 + 0,8 \cdot 1,39) \cdot 0,6 = 3,8 \text{ mm} < \frac{6.000}{200} = 30 \text{ mm}$$

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination: $w_{\text{net,fin}} \leq \frac{l}{300}$

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c = (1,07 + 0,8 \cdot 1,39) \cdot (1 + 0,6) = 3,5 \text{ mm} < \frac{6.000}{300} = 30 \text{ mm}$$

4.2 C24-Fachwerkträger mit SDü

$$E_{0,\text{mean}} = 11.000 \text{ N/mm}^2$$

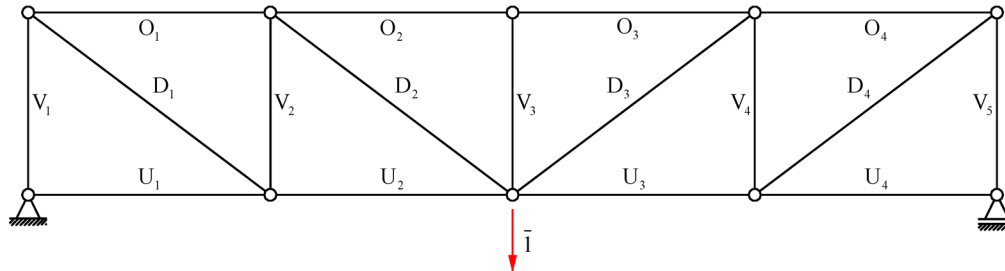
Querschnitte:

$$160/120 \text{ mm: } A = 19.200 \text{ mm}^2$$

$$160/140 \text{ mm: } A = 22.400 \text{ mm}^2$$

$$K_{\text{ser}} = 2 \cdot 4.491 = 8.982 \text{ N/mm}$$

Virtueller Kraftzustand



i	O_i	U_i	V_i	D_i
1	-0,667	0,0	-0,5	+0,833
2	-1,333	+0,667	-0,5	+0,833
3	-1,333	+0,667	0,0	+0,833
4	-0,667	+0,0	-0,5	+0,833
5			-0,5	

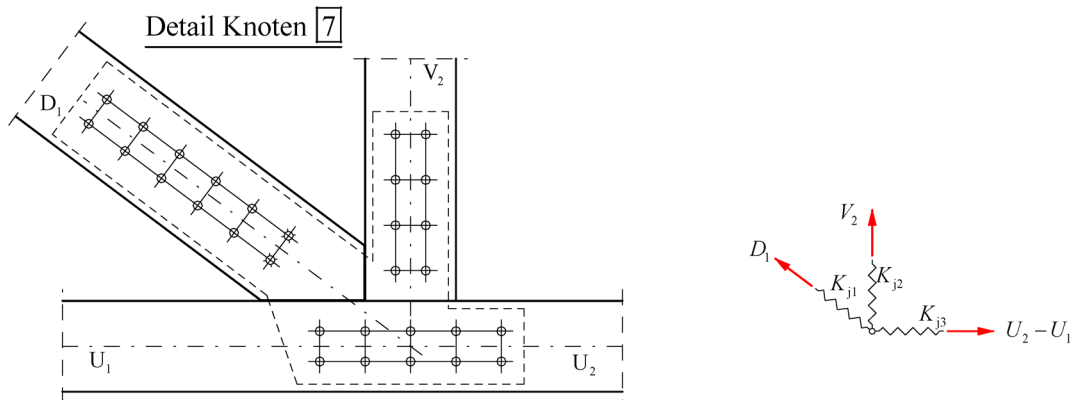
Berechnung der Anfangsdurchbiegung aus ständiger Last

Anteile aus Stabdehnung:

Stab	Länge [mm]	Querschnitt [mm ²]	Stabkraft S_k [N]	Virtuelle Stabkraft $\bar{S}_k$ [-]	$\frac{S_i \cdot \bar{S}_i}{E_{0,\text{mean}} \cdot A} \cdot l_i$ [mm]
O ₁	2.000	19.200	-40.000	-0,667	0,25
O ₂	2.000	19.200	-53.333	-1,333	0,67
U ₁	2.000	19.200	0	0,000	0,00
U ₂	2.000	19.200	40.000	0,667	0,25
V ₁	1.500	19.200	-40.000	-0,500	0,14
V ₂	1.500	19.200	-30.000	-0,500	0,11
V ₃	1.500	9.600	-10.000	0,000	0,00
D ₁	2.500	22.400	50.000	0,833	0,42
D ₂	2.500	22.400	16.667	0,833	0,14
Summe für eine Trägerhälfte					1,98

Anmerkung zu Verschiebungen an Knotenblechen in Fachwerken

Die innenliegende Stahlblech-Holzverbindung im Untergurt wird nur aus der horizontalen Komponente von $D_1 (= U_2 - U_1)$ belastet, da der Untergurt durchlaufend ist. Das hierzu passende statische System ist in der folgenden Zeichnung für Knoten 7 dargestellt.

Anteile aus der Nachgiebigkeit der Verbindungen

Stab	K_{ser} [N/mm]	Anzahl Scherflächen $n \cdot m$	Anzahl Anschlüsse i	Stabkraft S_k [N]	Virtuelle Stabkraft $\bar{S}_k$ [-]	$\sum \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_j}$ [mm]
O_1	6.832	20	1	-40.000	-0,667	0,2015
$O_2 - O_1$	6.832	4	1	-13.333	-0,667	0,33
U_1	6.832	4	1	0	0,000	0,00
$U_2 - U_1$	6.832	20	1	40.000	0,667	0,15
V_1	6.832	20	2	-40.000	-0,500	0,22
V_2	6.832	16	2	-30.000	-0,500	0,21
V_3	6.832	4	2	-10.000	0,000	0,00
D_1	6.832	24	2	50.000	0,833	0,39
D_2	6.832	8	2	16.667	0,833	0,31
Summe für eine Trägershälfte						1,75

Beiwerte: $k_{\text{def}} = 0,6$ und $\psi_{2,1} = 0,0$

$$w_{\text{inst,G}} = 2 \cdot (1,98 + 1,75) = 7,5 \text{ mm} \rightarrow w_{\text{inst,Q,1}} = \frac{5}{10} \cdot 7,5 \text{ mm} = 3,8 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweis

a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination: $w_{\text{inst}} \leq \frac{l}{300}$

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} + \sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}}) = 7,5 + 3,8 = 11,3 \text{ mm} < \frac{8.000}{300} = 27 \text{ mm}$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination: $w_{\text{fin}} \leq \frac{l}{200}$

Da das Tragwerk ausschließlich Stahlblech-Holzverbindungen aufweist, können die Endverformungen vereinfacht nachgewiesen werden, da alle Verformungsbeiwerte k_{def} gleich groß sind.

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}}$$

$$= 11,3 + (7,5 + 0,0 \cdot 3,8) \cdot 0,6 = 15,9 \text{ mm} < \frac{8.000}{200} = 40 \text{ mm}$$

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination: $w_{\text{net,fin}} \leq \frac{l}{300}$

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_{\text{c}} = (7,5 + 0,0 \cdot 3,8) \cdot (1 + 0,6) = 12 \text{ mm} < \frac{8.000}{300} = 27 \text{ mm}$$

5 Zusammengesetzte Biegeträger aus Holz und Holzwerkstoffen mit nachgiebigem Verbund

5.1 Vergleich zwischen zwei C30-Balken

a) Biegesteifigkeiten für den Nachweis der Tragfähigkeit, jeweils im Anfangs- und Endzustand

E-Modul und Verschiebungsmodul Anfangszustand

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_{0,\text{mean}} = 12.000$$

$$K_{1/3} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} = \frac{2}{3} \cdot 1.040 = 693 \text{ N/mm}$$

E-Modul und Verschiebungsmodul Endzustand

$$E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i}) \rightarrow E_{1/2/3} = 12.000 / (1 + 0,6 \cdot 0,6) = 8.824 \text{ N/mm}^2$$

$$K_{1/3} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser},1} / (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}})$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 1.040 / (1 + 0,6 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,6 \cdot 0,6}) = 403 \text{ N/mm}$$

Balken 1

$$A_1 = A_2 = A_3 = 180 \cdot 80 = 14,4 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \quad / \quad I_{1,y} = I_{2,y} = I_{3,y} = \frac{180 \cdot 80^3}{12} = 7,68 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad / \quad s = 120/4 = 30 \text{ mm} \quad / \quad a_2 = 0 \quad / \quad a_1 = a_3 = 80 \text{ mm}$$

Anfangszustand

$$\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 14,4 \cdot 10^3 \cdot 30}{693 \cdot (6,5 \cdot 10^3)^2}} = 0,364$$

$$\gamma_2 = 1$$

Endzustand

$$\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 8.824 \cdot 14,4 \cdot 10^3 \cdot 30}{403 \cdot (6,5 \cdot 10^3)^2}} = 0,312$$

$$\gamma_2 = 1$$

$$\text{Effektive Biegesteifigkeit: } (E \cdot I_y)_{\text{ef}} = \sum_1^3 (E_i \cdot I_{i,y} + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2) = E_i \cdot \sum_1^3 (3 \cdot I_{1,y} + 2 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2)$$

$$(E \cdot I_y)_{\text{ef}} = 12 \cdot 10^3 \cdot (3 \cdot 7,68 \cdot 10^6 + 2 \cdot 0,364 \cdot 14,4 \cdot 10^3 \cdot 80^2) = 1,082 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$(E \cdot I_y)_{\text{ef}} = 8.824 \cdot (3 \cdot 7,68 \cdot 10^6 + 2 \cdot 0,312 \cdot 14,4 \cdot 10^3 \cdot 80^2) = 0,710 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Biegesteifigkeit: $(E \cdot I_z)$

$$(E \cdot I_z) = 12.000 \cdot \frac{240 \cdot 180^3}{12} = 1,400 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$(E \cdot I_z) = 8.824 \cdot \frac{240 \cdot 180^3}{12} = 1,029 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Balken 2

$$A_1 = A_2 = A_3 = 180 \cdot 80 = 14,4 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \quad / \quad I_{1,y} = I_{3,y} = \frac{180 \cdot 80^3}{12} = 7,68 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad / \quad I_{2,y} = \frac{80 \cdot 180^3}{12} = 38,88 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$s = \frac{60}{2} = 30 \text{ mm} \quad / \quad a_2 = 0 \quad / \quad a_1 = a_3 = 130 \text{ mm}$$

Anfangszustand

$$\gamma_1 = \gamma_3 = 0,364 \quad / \quad \gamma_2 = 1$$

Endzustand

$$\gamma_1 = \gamma_3 = 0,312 \quad / \quad \gamma_2 = 1$$

$$\text{Effektive Biegesteifigkeit: } (E \cdot I_y)_{\text{ef}} = \sum_1^3 (E_i \cdot I_{i,y} + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2) = E_i \cdot \sum_1^3 (2 \cdot I_{1,y} + I_{2,y} + 2 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2)$$

$$(E \cdot I_y)_{\text{ef}} = 12 \cdot 10^3 \cdot \left(\begin{array}{l} 2 \cdot 7,68 \cdot 10^6 + 38,88 \cdot 10^6 \\ + 2 \cdot 0,364 \cdot 14,4 \cdot 10^3 \cdot 130^2 \end{array} \right) = 2,777 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$(E \cdot I_y)_{\text{ef}} = 8.824 \cdot \left(\begin{array}{l} 2 \cdot 7,68 \cdot 10^6 + 38,88 \cdot 10^6 \\ + 2 \cdot 0,312 \cdot 14,4 \cdot 10^3 \cdot 130^2 \end{array} \right) = 1,817 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$\text{Biegesteifigkeit: } (E \cdot I_z) \text{ mit } I_{1,z} = I_{3,z} = \frac{80 \cdot 180^3}{12} = 38,88 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad / \quad I_{2,z} = \frac{180 \cdot 80^3}{12} = 7,68 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$(E \cdot I_z) = 12.000 \cdot (2 \cdot 38,88 \cdot 10^6 + 7,68 \cdot 10^6) = 1,025 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$(E \cdot I_z) = 8.824 \cdot (2 \cdot 38,8 \cdot 10^6 + 7,68 \cdot 10^6) = 0,754 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

b) Spannungen im Holz und die Scherbelastung der Nägel

$$\text{Belastung: } M_{y,d} = q_{z,d} \cdot l^2 / 8 = 2,7 \cdot 6,5^2 / 8 = 14,26 \text{ kNm} \quad / \quad V_{\max,d} = q_{z,d} \cdot l / 2 = 2,7 \cdot 6,5 / 2 = 8,775 \text{ kN}$$

Balken 1

Anfang

Ende

$$\sigma_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{\text{ef}}} \cdot E_i \cdot \gamma_i \cdot a_i \cdot \frac{A_i}{A_{i,n}}$$

$$\sigma_{1,d} = \sigma_{3,d} = \underbrace{\frac{14,26 \cdot 10^6}{1,082 \cdot 10^{12}} \cdot 12.000 \cdot 0,364 \cdot 80 \cdot 1,0}_{=0,1582} = 4,61 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad \sigma_{2,d} = 0$$

$$\sigma_{1,d} = \sigma_{3,d} = \underbrace{\frac{14,26 \cdot 10^6}{0,710 \cdot 10^{12}} \cdot 8.824 \cdot 0,312 \cdot 80 \cdot 1,0}_{=0,1772} = 4,42 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad \sigma_{2,d} = 0$$

$$\text{Randspannungen: } \sigma_{m,i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{\text{ef}}} \cdot E_i \cdot \frac{h_i}{2} \cdot \frac{I_i}{I_{i,n}}$$

$$\sigma_{m,1,d} = \sigma_{m,2,d} = \sigma_{m,3,d} = 0,1582 \cdot \frac{80}{2} \cdot 1,0 = 6,33 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,1,d} = \sigma_{m,2,d} = \sigma_{m,3,d} = 0,1772 \cdot \frac{80}{2} \cdot 1,0 = 7,09 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Die Schubspannung in der neutralen Ebene des Querschnittsteils 2: } \tau_{2,\max,d} = \frac{V_{\max,d} \cdot (\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2)}{(E \cdot I)_{\text{ef}} \cdot b_2} \quad \text{mit } h = \frac{h_2}{2} + a_2$$

$$h = \frac{80}{2} + 0 = 40 \text{ mm}$$

$$h = \frac{80}{2} + 0 = 40 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,\max,d} = \frac{8,775 \cdot 10^3 \cdot \left(0,364 \cdot 12.000 \cdot 14.400 \cdot 80 + 0,5 \cdot 12.000 \cdot 180 \cdot 40^2 \right)}{1,082 \cdot 10^{12} \cdot 180} = 0,305 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{2,\max,d} = \frac{8,775 \cdot 10^3 \cdot \left(0,312 \cdot 8.824 \cdot 14.400 \cdot 80 + 0,5 \cdot 8.824 \cdot 180 \cdot 40^2 \right)}{0,710 \cdot 10^{12} \cdot 180} = 0,305 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Bemessungswert der Scherkraft in den Anschlussfugen: } F_{1,v,Ed} = \frac{V_{\max,d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{1,\min}}{(E \cdot I)_{\text{ef}}} ; F_{3,v,Ed} = \frac{V_{\max,d} \cdot \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 \cdot s_{3,\min}}{(E \cdot I)_{\text{ef}}}$$

$$F_{1,v,Ed} = F_{3,v,Ed} = \frac{8,775 \cdot 10^3 \cdot 0,364 \cdot 12.000 \cdot 14.400 \cdot 80 \cdot 30}{1,082 \cdot 10^{12}} = 1.225 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = F_{3,v,Ed} = \frac{8,775 \cdot 10^3 \cdot 0,312 \cdot 8.824 \cdot 14.400 \cdot 80 \cdot 30}{0,710 \cdot 10^{12}} = 1.174 \text{ N}$$

Balken 2

Anfang

Ende

$$\sigma_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \cdot E_i \cdot \gamma_i \cdot a_i \cdot \frac{A_i}{A_{i,n}}$$

$$\sigma_{1,d} = \sigma_{3,d} = \underbrace{\frac{14,26 \cdot 10^6}{2,777 \cdot 10^{12}}}_{=0,06162} \cdot 12.000 \cdot 0,364 \cdot 130 \cdot 1,0 = 2,92 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad \sigma_{2,d} = 0$$

$$\sigma_{1,d} = \sigma_{3,d} = \underbrace{\frac{14,26 \cdot 10^6}{1,817 \cdot 10^{12}}}_{=0,06925} \cdot 8.824 \cdot 0,312 \cdot 130 \cdot 1,0 = 2,81 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad \sigma_{2,d} = 0$$

$$\text{Randspannungen: } \sigma_{m,i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \cdot E_i \cdot \frac{h_i}{2} \cdot \frac{I_i}{I_{i,n}}$$

$$\sigma_{m,1,d} = \sigma_{m,3,d} = 0,06162 \cdot \frac{80}{2} \cdot 1,0 = 2,47 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = 0,06162 \cdot \frac{180}{2} \cdot 1,0 = 5,55 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,1,d} = \sigma_{m,3,d} = 0,06925 \cdot \frac{80}{2} \cdot 1,0 = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = 0,06925 \cdot \frac{180}{2} \cdot 1,0 = 6,23 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Die Schubspannung in der neutralen Ebene des Querschnittsteils 2: } \tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} \cdot (\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2)}{(E \cdot I)_{ef} \cdot b_2} \quad \text{mit } h = \frac{h_2}{2} + a_2$$

$$h = \frac{180}{2} + 0 = 90 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{8,775 \cdot 10^3 \cdot \left(0,364 \cdot 12.000 \cdot 14.400 \cdot 130 + 0,5 \cdot 12.000 \cdot 80 \cdot 90^2 \right)}{2,777 \cdot 10^{12} \cdot 80} = 0,477 \text{ N/mm}^2$$

$$h = \frac{180}{2} + 0 = 90 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{8,775 \cdot 10^3 \cdot \left(0,312 \cdot 8.824 \cdot 14.400 \cdot 130 + 0,5 \cdot 8.824 \cdot 80 \cdot 90^2 \right)}{1,817 \cdot 10^{12} \cdot 80} = 0,483 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Bemessungswert der Scherkraft in den Anschlussfugen: } F_{1,v,Ed} = \frac{V_{max,d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{1,min}}{(E \cdot I)_{ef}} ; F_{3,v,Ed} = \frac{V_{max,d} \cdot \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 \cdot s_{3,min}}{(E \cdot I)_{ef}}$$

$$F_{1,v,Ed} = F_{3,v,Ed} = \frac{8,775 \cdot 10^3 \cdot 0,364 \cdot 12.000 \cdot 14.400 \cdot 130 \cdot 30}{2,777 \cdot 10^{12}} = 775 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = F_{3,v,Ed} = \frac{8,775 \cdot 10^3 \cdot 0,312 \cdot 8.824 \cdot 14.400 \cdot 130 \cdot 30}{1,817 \cdot 10^{12}} = 746 \text{ N}$$

c) Ausnutzungsgrade für die Spannungen im Holz und die Scherbelastung der Nägel

		Bemessungswert der Festigkeit C30 [N/mm ²]				
Balken 1						
Querschnitt	b/h [mm]	Knickbeiwert	f _{c,0,d}	f _{m,y,d}	f _{t,0,d}	f _{v,d}
1	180/80	λ _z = 3.250/0,289 · 180 λ _z = 62,5 → k _{c,z} = 0,640	14,8	1,134 · 18,5 = 21,0	1,0 · 11,7 = 11,7	1,23
2	180/80	---				
3	180/80	---				
Balken 2						
Querschnitt	b/h [mm]	Knickbeiwert	f _{c,0,d}	f _{m,y,d}	f _{t,0,d}	f _{v,d}
1	180/80	λ _z = 3.250/0,289 · 180 λ _z = 62,5 → k _{c,z} = 0,640	14,8	1,134 · 18,5 = 21,0	1,0 · 11,7 = 11,7	1,23
2	80/180	---		1,0 · 18,5 = 18,5		
3	180/80	---		1,134 · 18,5 = 21,0		

Tragfähigkeitsnachweise für Querschnitte und Verbindungsmittel Balken 1								
Zustand	$\sigma_{1,d}$	$\sigma_{m,1,d}$	$\sigma_{2,d}$	$\sigma_{m,2,d}$	$\sigma_{3,d}$	$\sigma_{m,3,d}$	$\tau_{2,max,d}$	$\max F_{(1/3),v,Ed}$
Anfang $[N/mm^2]$	-4,61	6,33	0	6,33	4,61	6,33	0,305	<u>1.225 N</u>
Ende $[N/mm^2]$	-4,42	7,09	0	7,09	4,42	7,09	0,305	1.174 N
$\left(\frac{\sigma_{i,c,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$	$\left(\frac{4,61}{14,8}\right)^2 + \frac{6,33}{21,0} = 0,40 < 1$ $\left(\frac{4,42}{14,8}\right)^2 + \frac{7,09}{21,0} = 0,43 < 1$							
$\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$	$\frac{4,61}{0,640 \cdot 14,8} = 0,49 < 1$							
$\frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}}$			$\frac{7,09}{21,0} = 0,34 < 1$					
$\frac{\sigma_{i,t,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$					$\frac{4,61}{14,8} + \frac{6,33}{21,0} = 0,61 < 1$ $\frac{4,42}{14,8} + \frac{7,09}{21,0} = 0,64 < 1$			
$\frac{\tau_{2,max,d}}{f_{v,d}}$							$\frac{0,305}{1,23} = 0,25 < 1$	
$\frac{\max F_{(1/3),v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}}$								$\frac{1.225}{1,0 \cdot 1.232} = 0,99 \leq 1$

Tragfähigkeitsnachweise für Querschnitte und Verbindungsmittel Balken 2								
Zustand	$\sigma_{1,d}$	$\sigma_{m,1,d}$	$\sigma_{2,d}$	$\sigma_{m,2,d}$	$\sigma_{3,d}$	$\sigma_{m,3,d}$	$\tau_{2,max,d}$	$\max F_{(1/3),v,Ed}$
Anfang $[N/mm^2]$	-2,92	2,47	0	5,55	2,92	2,47	0,477	<u>775 N</u>
Ende $[N/mm^2]$	-2,81	2,77	0	<u>6,23</u>	2,81	2,77	<u>0,483</u>	746 N
$\left(\frac{\sigma_{i,c,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$	$\left(\frac{2,92}{14,8}\right)^2 + \frac{2,47}{21,0} = 0,16 < 1$ $\left(\frac{2,81}{14,8}\right)^2 + \frac{2,77}{21,0} = 0,17 < 1$							
$\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$	$\frac{2,92}{0,640 \cdot 14,8} = 0,31 < 1$							
$\frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}}$			$\frac{6,23}{18,5} = 0,34 < 1$					
$\frac{\sigma_{i,t,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$					$\frac{2,92}{11,7} + \frac{2,47}{21,0} = 0,37 < 1$ $\frac{2,81}{11,7} + \frac{2,77}{21,0} = 0,37 < 1$			
$\frac{\tau_{2,max,d}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}}$							$\frac{0,483}{1,23} = 0,39 < 1$	
$\frac{\max F_{(1/3),v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}}$								$\frac{775}{1,0 \cdot 1.232} = 0,63 < 1$

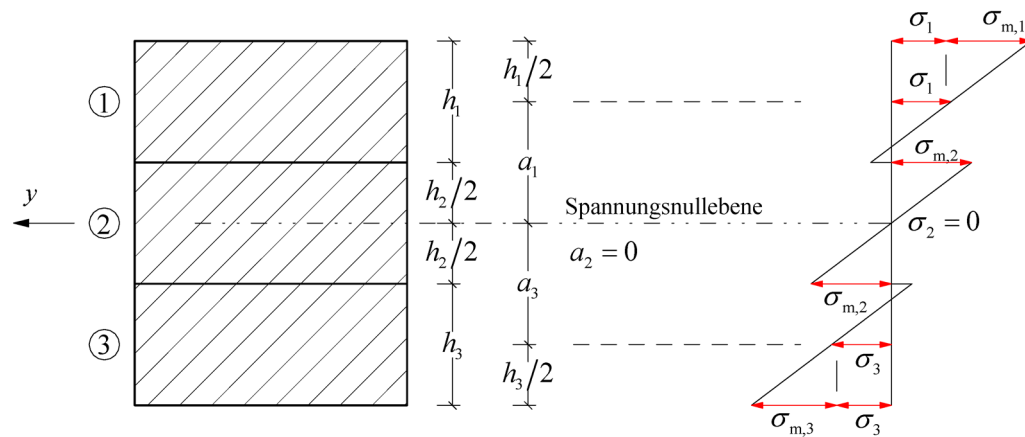


Abb. 5-1 Spannungsverlauf für Balken 1

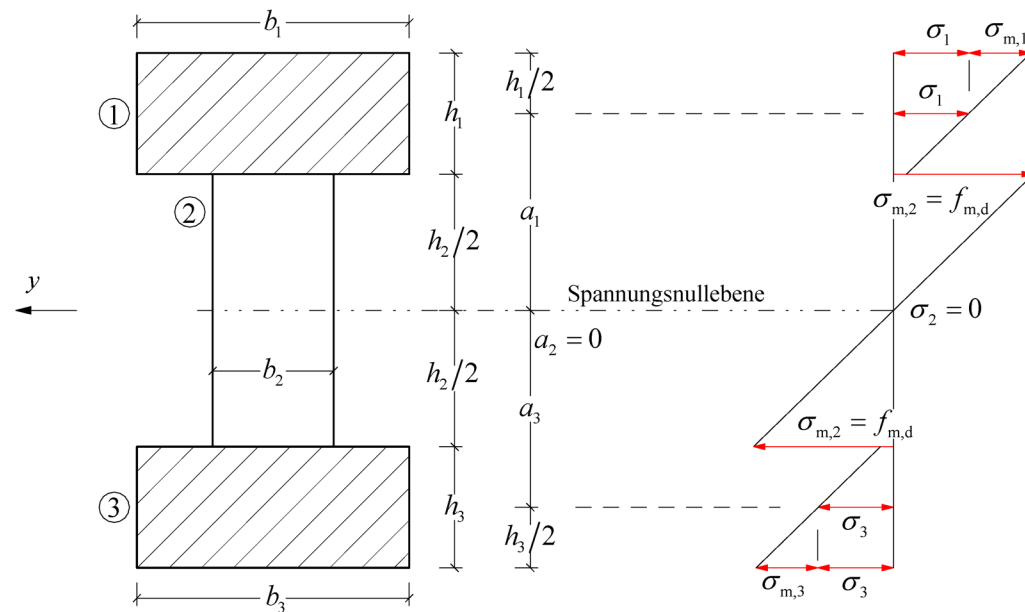


Abb. 5-2 Spannungsverlauf für Balken 2

5.2 Nachweis einer genagelten offenen Decke C24/Spanplatte P4

Bemessungswert des maximalen Momentes und der maximalen Querkraft für den Tragfähigkeitsnachweis

$$q_d = 1,35 \cdot q_{G,k} + 1,5 \cdot q_{Q,k} = 1,35 \cdot 0,7 + 1,5 \cdot 1,5 = 3,195 \text{ kN/m} \rightarrow M_d = \frac{3,195 \cdot 4,0^2}{8} = 6,39 \text{ kNm} / V_{\max,d} = \frac{3,195 \cdot 4,0}{2} = 6,39 \text{ kN}$$

E-Modul und Verschiebungsmodul Anfangszustand

$$E_1 = 1.600 \text{ N/mm}^2 / E_2 = 11.000 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_m = \sqrt{550 \cdot 420} = 481$$

$$K_1 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser},1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\rho_k^{1,5}}{30} \cdot d^{0,8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{481^{1,5}}{30} \cdot 3,8^{0,8} = 680 \text{ N/mm}$$

E-Modul und Verschiebungsmodul Endzustand

$$E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i}) \rightarrow$$

$$E_1 = 1.600 / (1 + 0,3 \cdot 2,25) = 955 \text{ N/mm}^2$$

$$E_2 = 11.000 / (1 + 0,3 \cdot 0,6) = 9.322 \text{ N/mm}^2$$

$$K_{1/3} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser},1} / (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}})$$

$$= 680 / (1 + 0,3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2,25 \cdot 0,6}) = 400 \text{ N/mm}$$

$$A_1 = 625 \cdot 22 = 13,75 \cdot 10^3 / A_2 = 60 \cdot 200 = 12 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 / I_{1,y} = \frac{625 \cdot 22^3}{12} = 0,555 \cdot 10^6 / I_{2,y} = \frac{60 \cdot 200^3}{12} = 40 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 / s = 50 \text{ mm}$$

a) Tragfähigkeitsnachweis im Anfangszustand

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 1.600 \cdot 13.750 \cdot 50}{680 \cdot 4.000^2}} = 0,501$$

$$\gamma_2 = 1$$

b) Tragfähigkeitsnachweis im Endzustand

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 955 \cdot 13.750 \cdot 50}{400 \cdot 4.000^2}} = 0,497$$

$$\gamma_2 = 1$$

$$\text{Lage der Spannungsnullebene } a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2) - \gamma_3 \cdot A_3 \cdot (h_2 + h_3)}{\sum_{i=1}^2 \gamma_i \cdot A_i}; a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,501 \cdot 1.600 \cdot 13.750 \cdot (22 + 200)}{0,501 \cdot 1.600 \cdot 13.750 + 1,0 \cdot 11.000 \cdot 12.000} = 8,55 \text{ mm}$$

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{22 + 200}{2} - 8,55 = 102,45 \text{ mm}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,497 \cdot 955 \cdot 13.750 \cdot (22 + 200)}{0,497 \cdot 955 \cdot 13.750 + 1,0 \cdot 9.322 \cdot 12.000} = 6,12 \text{ mm}$$

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{22 + 200}{2} - 6,12 = 104,88 \text{ mm}$$

Effektive Biegesteifigkeit: $(E \cdot I_y)_{\text{ef}} = \sum_1^2 (E_i \cdot I_{i,y} + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2)$

$$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 1.600 \cdot (0,555 \cdot 10^6 + 0,501 \cdot 13.750 \cdot 102,45^2) + 11.000 \cdot (40 \cdot 10^6 + 1,0 \cdot 12.000 \cdot 8,55^2) = 0,566 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 955 \cdot (0,555 \cdot 10^6 + 0,497 \cdot 13.750 \cdot 104,88^2) + 9.322 \cdot (40 \cdot 10^6 + 1,0 \cdot 12.000 \cdot 6,12^2) = 0,449 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Schwerpunktspannungen: $\sigma_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{\text{ef}}} \cdot E_i \cdot \gamma_i \cdot a_i \cdot \frac{A_i}{A_{i,n}}$

$$\sigma_{1,d} = \frac{6,39 \cdot 10^6}{0,566 \cdot 10^{12}} \cdot 1.600 \cdot 0,501 \cdot 102,45 = 0,926 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck)}$$

$$\sigma_{2,d} = 11,290 \cdot 10^{-6} \cdot 11.000 \cdot 1,0 \cdot 8,55 = 1,061 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zug)}$$

$$\sigma_{1,d} = \frac{6,39 \cdot 10^6}{0,449 \cdot 10^{12}} \cdot 955 \cdot 0,497 \cdot 104,88 = 0,708 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck)}$$

$$\sigma_{2,d} = 14,231 \cdot 10^{-6} \cdot 9.322 \cdot 1,0 \cdot 6,12 = 0,811 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zug)}$$

Randspannungen: $\sigma_{m,i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{\text{ef}}} \cdot E_i \cdot \frac{h_i}{2} \cdot \frac{I_i}{I_{i,n}}$

$$\sigma_{m,1,d} = 11,290 \cdot 10^6 \cdot 1.600 \cdot \frac{22}{2} \cdot 1,0 = 0,199 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = 11,290 \cdot 10^6 \cdot 11.000 \cdot \frac{200}{2} \cdot 1,0 = 12,42 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,1,d} = 14,231 \cdot 10^6 \cdot 955 \cdot \frac{22}{2} \cdot 1,0 = 0,149 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = 14,231 \cdot 10^6 \cdot 9.322 \cdot \frac{200}{2} \cdot 1,0 = 13,26 \text{ N/mm}^2$$

Die Schubspannung in der neutralen Ebene des Querschnittsteils 2: $\tau_{2,\text{max},d} = \frac{V_{\text{max},d} \cdot (\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2)}{(E \cdot I)_{\text{ef}} \cdot b_2}$ mit $h = \frac{h_2}{2} + a_2$

$$h = \frac{200}{2} + 8,55 = 108,55 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,\text{max},d} = \frac{6.390 \cdot (0,5 \cdot 11.000 \cdot 60 \cdot 108,55^2)}{0,566 \cdot 10^{12} \cdot 60} = 0,731 \text{ N/mm}^2$$

$$h = \frac{200}{2} + 6,12 = 106,12 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,\text{max},d} = \frac{6.390 \cdot (0,5 \cdot 9.322 \cdot 60 \cdot 106,12^2)}{0,497 \cdot 10^{12} \cdot 60} = 0,746 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Scherkraft in der Anschlussfuge: $F_{1,v,\text{Ed}} = \frac{V_{\text{max},d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{1,\text{min}}}{(E \cdot I)_{\text{ef}}}$

$$F_{1,v,\text{Ed}} = \frac{6.390 \cdot 0,501 \cdot 1.600 \cdot 13.750 \cdot 102,45 \cdot 50}{0,566 \cdot 10^{12}} = 631 \text{ N}$$

$$F_{1,v,\text{Ed}} = \frac{6.390 \cdot 0,497 \cdot 955 \cdot 13.750 \cdot 104,88 \cdot 50}{0,449 \cdot 10^{12}} = 487 \text{ N}$$

Querschnitt	Werkstoff	b/h [mm]	Bemessungswert der Festigkeiten $[N/mm^2]$			
			$f_{c,0,d}$	$f_{m,y,d}$	$f_{t,0,d}$	$k_{cr} \cdot f_{v,d}$
1	Spanplatte P4	625/22	$0,65 \cdot 9,6/1,3 = 4,8$	$0,65 \cdot 10,8/1,3 = 5,4$	$0,65 \cdot 6,9/1,3 = 3,45$	
2	C24	60/200	12,9	$1,0 \cdot 14,8 = 14,8$	$1,0 \cdot 8,9 = 8,9$	1,23

Zustand	$\sigma_{1,d}$	$\sigma_{m,1,d}$	$\sigma_{2,d}$	$\sigma_{m,2,d}$	$\tau_{2,max,d}$	$\max F_{(1/3),v,Ed}$
Anfang $[N/mm^2]$	-0,926	0,199	+1,061	12,42	0,731	<u>637 N</u>
Ende $[N/mm^2]$	-0,708	0,149	+0,811	13,26	<u>0,746</u>	487 N
$\left(\frac{\sigma_{i,c,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$	$\left(\frac{0,926}{4,8}\right)^2 + \frac{0,199}{5,4} = 0,07 < 1$					
$\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$	$\frac{0,926}{1,0 \cdot 4,8} = 0,19 < 1$					
$\frac{\sigma_{i,t,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$			$\frac{1,061}{8,9} + \frac{12,42}{14,8} = 0,96 < 1$ $\frac{0,768}{8,9} + \frac{13,40}{14,8} = 0,99 \leq 1$			
$\frac{\tau_{2,max,d}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} \leq 1$					$\frac{0,731}{1,23} = 0,59 < 1$	
$\frac{\max F_{(1/3),v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} \leq 1$						$\frac{637}{1,0 \cdot 670} = 0,95 < 1$

5.3 Nachweis einer geklammerten geschlossenen Decke C24/Spanplatte P6

a) Biegesteifigkeit für den Tragfähigkeitsnachweis im ohne Berücksichtigung der Verbundwirkung der Verbindungsmittel

Bemessungswert des maximalen Momentes und der maximalen Querkraft für den Tragfähigkeitsnachweis

$$q_d = 1,35 \cdot q_{G,k} + 1,5 \cdot q_{Q,k} = 1,35 \cdot 0,8 + 1,5 \cdot 1,8 = 3,78 \text{ kN/m} \quad / \quad M_d = \frac{3,78 \cdot 3,2^2}{8} = 4,84 \text{ kNm} \quad / \quad V_{\max,d} = \frac{3,78 \cdot 3,2}{2} = 6,05 \text{ kN}$$

$$A_1 = A_3 = 625 \cdot 22 = 13.750 \quad / \quad A_2 = 60 \cdot 180 = 10.800 \text{ mm}^2 \quad / \quad I_{1,y} = I_{3,y} = \frac{625 \cdot 22^3}{12} = 0,555 \cdot 10^6 \quad / \quad I_{2,y} = \frac{60 \cdot 180^3}{12} = 29,16 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad / \quad s = (30/2) = 15 \text{ mm}$$

Anfangszustand	Endzustand
E-Modul und Verschiebungsmodul Anfangszustand	E-Modul und Verschiebungsmodul Endzustand
$E_1 = 2.100 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad E_2 = 11.000 \text{ N/mm}^2$	$E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i}) \rightarrow$ $E_1 = E_3 = 2.100 / (1 + 0,5 \cdot 1,5) = 1.200 \text{ N/mm}^2$ $E_2 = 11.000 / (1 + 0,5 \cdot 0,6) = 8.460 \text{ N/mm}^2$
$\rho_k = \sqrt{550 \cdot 420} = 480$ $K_1 = K_3 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser},1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\rho_k^{1,5}}{80} \cdot d^{0,8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{480^{1,5}}{80} \cdot 2,0^{0,8} = 153 \text{ N/mm}$	$K_{(1/3)} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser},1} / (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}})$ $= 153 / (1 + 0,5 \cdot 2 \cdot \sqrt{1,5 \cdot 0,6}) = 78 \text{ N/mm}$

b) Tragfähigkeitsnachweise mit Berücksichtigung der Verbundwirkung der Verbindungsmittel

Anfangszustand	Endzustand
$\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 2.100 \cdot 13.750 \cdot 15}{153 \cdot 3.200^2}} = 0,268$ $\gamma_2 = 1$	$\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 1.200 \cdot 13.750 \cdot 15}{78 \cdot 3.200^2}} = 0,246$ $\gamma_2 = 1$

Lage der Spannungsnullebene, Symmetrie: $a_2 = 0$; $a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2$

$$a_1 = a_3 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{22 + 180}{2} - 0 = 101 \text{ mm}$$

$$a_1 = a_3 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{22 + 180}{2} - 0 = 101 \text{ mm}$$

Effektive Biegesteifigkeit: $(E \cdot I_y)_{\text{ef}} = \sum_1^3 (E_i \cdot I_{i,y} + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2)$

$$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 2 \cdot 2.100 \cdot (0,555 \cdot 10^6 + 0,268 \cdot 13,75 \cdot 10^3 \cdot 101^2) + 11.000 \cdot 29,16 \cdot 10^6 = 0,481 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 2 \cdot 1.200 \cdot (0,555 \cdot 10^6 + 0,246 \cdot 13,75 \cdot 10^3 \cdot 101^2) + 8.460 \cdot 29,16 \cdot 10^6 = 0,331 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Schwerpunktspannungen: $\sigma_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{\text{ef}}} \cdot E_i \cdot \gamma_i \cdot a_i \cdot \frac{A_i}{A_{i,n}}$

$$\sigma_{1,d} = \frac{4,84 \cdot 10^6}{\underbrace{0,481 \cdot 10^{12}}_{10,062 \cdot 10^{-6}}} \cdot 2.100 \cdot 0,268 \cdot 101 = 0,572 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druckspannung)}$$

$$\sigma_{2,d} = 0$$

$$\sigma_{3,d} = \sigma_{1,d} = 0,572 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zugspannung)}$$

$$\sigma_{1,d} = \frac{4,84 \cdot 10^6}{\underbrace{0,331 \cdot 10^{12}}_{14,622 \cdot 10^{-6}}} \cdot 1.200 \cdot 0,246 \cdot 101 = 0,437 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druckspannung)}$$

$$\sigma_{2,d} = 0$$

$$\sigma_{3,d} = \sigma_{1,d} = 0,437 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zugspannung)}$$

Randspannungen: $\sigma_{m,i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{\text{ef}}} \cdot E_i \cdot \frac{h_i}{2} \cdot \frac{I_i}{I_{i,n}}$

$$\sigma_{m,1,d} = \sigma_{m,3,d} = 10,062 \cdot 10^{-6} \cdot 2.100 \cdot \frac{22}{2} \cdot 1,0 = 0,232 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = 10,062 \cdot 10^{-6} \cdot 11.000 \cdot \frac{180}{2} \cdot 1,0 = 9,96 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,1,d} = \sigma_{m,3,d} = 14,622 \cdot 10^{-6} \cdot 1.200 \cdot \frac{22}{2} \cdot 1,0 = 0,193 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = 14,622 \cdot 10^{-6} \cdot 8.460 \cdot \frac{180}{2} \cdot 1,0 = 11,13 \text{ N/mm}^2$$

Die Schubspannung in der neutralen Ebene des Querschnittsteils 2: $\tau_{2,\max,d} = \frac{V_{\max,d} \cdot (\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2)}{(E \cdot I)_{\text{ef}} \cdot b_2}$ mit $h = \frac{h_2}{2} + a_2$

$$h = \frac{180}{2} + 0 = 90,0 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,\max,d} = \frac{6,05 \cdot 10^3 \cdot \left(0,268 \cdot 2.100 \cdot 13.750 \cdot 101 + 0,5 \cdot 11.000 \cdot 60 \cdot 90^2 \right)}{0,481 \cdot 10^{12} \cdot 60} = 0,724 \text{ N/mm}^2$$

$$h = \frac{180}{2} + 0 = 90,0 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,\max,d} = \frac{6,05 \cdot 10^3 \cdot \left(0,246 \cdot 1.200 \cdot 13.750 \cdot 101 + 0,5 \cdot 8.460 \cdot 60 \cdot 90^2 \right)}{0,331 \cdot 10^{12} \cdot 60} = 0,751 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Scherkraft in der Anschlussfuge: $F_{1,v,Ed} = \frac{V_{\max,d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{1,\min}}{(E \cdot I)_{\text{ef}}}$

$$F_{1,v,Ed} = F_{3,v,Ed} = \frac{6,05 \cdot 10^3 \cdot 0,268 \cdot 2.100 \cdot 13.750 \cdot 101 \cdot 15}{0,481 \cdot 10^{12}} = 148 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = F_{3,v,Ed} = \frac{6,05 \cdot 10^3 \cdot 0,246 \cdot 1.200 \cdot 13.750 \cdot 101 \cdot 15}{0,331 \cdot 10^{12}} = 113 \text{ N}$$

			Bemessungswert der Festigkeiten $[N/mm^2]$			
Querschnitt	Werkstoff	b/h [mm]	$f_{c,0,d}$	$f_{m,y,d}$	$f_{t,0,d}$	$k_{cr} \cdot f_{v,d}$
1 und 3	Spanplatte P6	625/22	$0,70 \cdot 12,8/1,3 = 6,9$	$0,70 \cdot 13,3/1,3 = 7,2$	$0,70 \cdot 8,5/1,3 = 4,6$	
2	C24	60/180	12,9	$1,0 \cdot 14,8 = 14,8$	$1,0 \cdot 8,9 = 8,9$	1,23

Zustand	$\sigma_{1,d}$	$\sigma_{m,1,d}$	$\sigma_{2,d}$	$\sigma_{m,2,d}$	$\sigma_{3,d}$	$\sigma_{m,3,d}$	$\tau_{2,max,d}$	$\max F_{(1/3),v,Ed}$
Anfang $[N/mm^2]$	-0,572	0,232	0	10,30	+0,572	0,232	0,724	<u>148 N</u>
Ende $[N/mm^2]$	-0,437	0,193	0	<u>11,13</u>	+0,437	0,193	<u>0,751</u>	113 N
$\left(\frac{\sigma_{i,c,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$	$\left(\frac{0,572}{6,9}\right)^2 + \frac{0,232}{7,2} = 0,04 < 1$							
$\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$	$\frac{0,572}{1,0 \cdot 6,9} = 0,08 < 1$							
$\frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$			$\frac{11,13}{14,8} = 0,75 < 1$					
$\frac{\sigma_{i,t,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$					$\frac{0,572}{4,6} + \frac{0,232}{7,2} = 0,16 < 1$			
$\frac{\tau_{2,max,d}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} \leq 1$							$\frac{0,751}{1,23} = 0,62 < 1$	
$\frac{\max F_{(1/3),v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} \leq 1$								$\frac{148}{1,0 \cdot 330} = 0,45 < 1$

c) Gebrauchstauglichkeitsnachweis unter Berücksichtigung der Verbundwirkung und der Unterschiedlichkeit der Baustoffe

Anfangszustand	Endzustand
E-Modul und Verschiebungsmodul $E_1 = 2.100 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad E_2 = 11.000 \text{ N/mm}^2$ $\rho_k = \sqrt{550 \cdot 420} = 480$ $K_{\text{ser},1} = K_{\text{ser},3} = \frac{\rho_k^{1,5}}{80} \cdot d^{0,8} = \frac{480^{1,5}}{80} \cdot 2,0^{0,8} = 229 \text{ N/mm}$	E-Modul und Verschiebungsmodul $E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + k_{\text{def},i}) \rightarrow$ $E_1 = E_3 = 2.100 / (1 + 1,5) = 840 \text{ N/mm}^2$ $E_2 = 11.000 / (1 + 0,6) = 6.875 \text{ N/mm}^2$ $K_{\text{ser},1,\text{fin}} = K_{\text{ser},3,\text{fin}} = K_{\text{ser},1} / (1 + 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}})$ $K_{\text{ser},1,\text{fin}} = K_{\text{ser},3,\text{fin}} = 229 / (1 + 2 \cdot \sqrt{1,5 \cdot 0,6}) = 79 \text{ N/mm}$
$\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 2.100 \cdot 13.750 \cdot 15}{229 \cdot 3.200^2}} = 0,354$ $\gamma_2 = 1$	$\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 840 \cdot 13.750 \cdot 15}{79 \cdot 3.200^2}} = 0,321$ $\gamma_2 = 1$
Lage der Spannungsnullebene, Symmetrie: $a_2 = 0$; $a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2$ $a_1 = a_3 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{22 + 180}{2} - 0 = 101 \text{ mm}$	$a_1 = a_3 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 = \frac{22 + 180}{2} - 0 = 101 \text{ mm}$
Effektive Biegesteifigkeit: $(E \cdot I_y)_{\text{ef}} = \sum_1^3 (E_i \cdot I_{i,y} + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2)$ $(E \cdot I)_{\text{ef}} = 2 \cdot 2.100 \cdot (0,555 \cdot 10^6 + 0,354 \cdot 13,75 \cdot 10^3 \cdot 101^2) + 11.000 \cdot 29,16 \cdot 10^6 = 0,532 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$ Zum Vergleich: Biegesteifigkeit ohne Klammernverbindung $\sum_1^3 (E_i \cdot I_{i,y}) = 2 \cdot 2.100 \cdot 0,555 \cdot 10^6 + 11.000 \cdot 29,16 \cdot 10^6 = 0,323 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$	$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 2 \cdot 840 \cdot (0,555 \cdot 10^6 + 0,321 \cdot 13,75 \cdot 10^3 \cdot 101^2) + 6.875 \cdot 29,16 \cdot 10^6 = 0,277 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$ $\sum_1^3 (E_i \cdot I_{i,y}) = 2 \cdot 840 \cdot 0,555 \cdot 10^6 + 6.875 \cdot 29,16 \cdot 10^6 = 0,201 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{\text{G,k}} \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,8 \cdot 3.200^4}{0,532 \cdot 10^{12}} = 2,1 \text{ mm} \rightarrow w_{\text{inst,Q,1}} = \frac{q_{\text{Q,k}}}{q_{\text{G,k}}} \cdot w_{\text{inst,G}} = \frac{1,8}{0,8} \cdot 2,1 = 4,8 \text{ mm}$$

$$w_{\text{fin,G}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{\text{G,k}} \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,8 \cdot 3.200^4}{0,277 \cdot 10^{12}} = 4,0 \text{ mm} \rightarrow w_{\text{fin,Q,1}} = \frac{q_{\text{Q,k}}}{q_{\text{G,k}}} \cdot w_{\text{fin,G}} = \frac{1,8}{0,8} \cdot 4,0 = 9,0 \text{ mm}$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen nicht überhöhten Träger

Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} + \sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}}) = 2,1 + 4,8 = 6,9 \text{ mm} < \frac{3.200}{300} = 10,7 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \underbrace{w_{\text{fin,G}} - w_{\text{inst,G}}}_{\text{Kriechanteil ständige Last}} + \sum_{i=1}^n \underbrace{\left[\psi_{2,i} \cdot (w_{\text{fin,Q,i}} - w_{\text{inst,Q,i}}) \right]}_{\text{Kriechanteile veränderliche Lasten}} = 6,9 + 4,0 - 2,1 + 0,5 \cdot (9,0 - 4,8) = 10,9 \text{ mm} < \frac{3.200}{200} = 16 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination:

$$w_{\text{net,fin}} = w_{\text{fin,G}} + \sum_{i=1}^n (\psi_{2,i} \cdot w_{\text{fin,Q,i}}) - w_{\text{c}} = 4,0 + 0,5 \cdot 9,0 = 8,5 \text{ mm} < \frac{3.200}{300} = 16 \text{ mm}$$

6 Zusammengesetzte Druckstäbe aus Holz und Holzwerkstoffen mit nachgiebigem Verbund und doppelsymmetrischem Querschnitt

6.1 Knicknachweis einer genagelten Stütze Typ A aus GL28h-Querschnitten

$$A_1 = 300 \cdot 120 = 36.000 \text{ mm}^2 / A_2 = 120 \cdot 300 = 36.000 \text{ mm}^2 / I_{1,y} = \frac{300 \cdot 120^3}{12} = 43,2 \cdot 10^6 / I_{2,y} = \frac{120 \cdot 300^3}{12} = 270 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 / s = (90/2) = 45 \text{ mm}$$

a) Knicknachweis für die nachgiebige Achse (Knicken um die y-Achse) und Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel

Anfangszustand	Endzustand
$E_{(1/2)} = 12.600$	$E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i}) \rightarrow E_{(1/2)} = 12.600 / (1 + 0,3 \cdot 0,6) = 10.680 \text{ N/mm}^2$
$K_1 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} = \frac{2}{3} \cdot 1.560 = 1.040 \text{ N/mm}$	$K_1 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} / (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}}) = 1.040 / (1 + 0,3 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,6 \cdot 0,6}) = 765 \text{ N/mm}$
$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot I^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 12.600 \cdot 36.000 \cdot 45}{1.040 \cdot 5.800^2}} = 0,148$	$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 10.700 \cdot 36.000 \cdot 45}{765 \cdot 5.800^2}} = 0,131$
$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{120 + 300}{2} = 210 \text{ mm}$	
Längssteifigkeit: $(EA)_{\text{tot}} = \sum_i E_i \cdot A_i = 2 \cdot E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2 = E_1 \cdot (2 \cdot A_1 + A_2)$	
$(EA)_{\text{tot}} = 12.600 \cdot (2 \cdot 36.000 + 36.000) = 1,361 \cdot 10^9 \text{ N}$	$(EA)_{\text{tot}} = 10.700 \cdot (2 \cdot 36.000 + 36.000) = 1,156 \cdot 10^9 \text{ N}$
Effektive Biegesteifigkeit: $(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot E_1 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + E_2 \cdot I_{2,y} = E_1 \cdot [2 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + I_{2,y}]$	
$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 12.600 \cdot [2 \cdot (43,2 \cdot 10^6 + 0,148 \cdot 36.000 \cdot 210^2) + 270 \cdot 10^6]$	$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 10.700 \cdot [2 \cdot (43,2 \cdot 10^6 + 0,131 \cdot 36.000 \cdot 210^2) + 270 \cdot 10^6]$
$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 10,41 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$	$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 8,256 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$

Schlankheitsgrad und Knickbeiwert $k_{(1/2),c,y}$ für die nachgiebige Achse: $i_{y,ef} = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_{y,ef}}{(E \cdot A)_{tot}}}$ und $\lambda_y = \frac{l_y}{i_{y,ef}}$

$$i_{y,ef} = \sqrt{\frac{10,41 \cdot 10^{12}}{1,361 \cdot 10^9}} = 87,46 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,ef} = \frac{5.800}{87,46} = 66,3$$

$$k_{1,c,y} = k_{2,c,y} = 0,718$$

$$i_{y,ef} = \sqrt{\frac{8,256 \cdot 10^{12}}{1,156 \cdot 10^9}} = 84,51 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,ef} = \frac{5.800}{81,25} = 68,6$$

$$k_{1,c,y} = k_{2,c,y} = 0,686$$

Druckspannungen $\sigma_{i,c,d} = \frac{F_d \cdot E_i}{(EA)_{tot}}$

$$\sigma_{1,c,d} = \sigma_{2,c,d} = \frac{1.050.000 \cdot 12.600}{1,361 \cdot 10^9} = 9,72 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{1,c,d} = \sigma_{2,c,d} = \frac{1.050.000 \cdot 10.700}{1,156 \cdot 10^9} = 9,72 \text{ N/mm}^2$$

Knicknachweis für die nachgiebige Achse: $\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{i,c,y} \cdot f_{i,c,d}} \leq 1$ mit $f_{c,d} = 1,125 \cdot 17,2 = 19,4 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{9,72}{0,718 \cdot 19,4} = 0,70 < 1$$

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{9,72}{0,686 \cdot 19,4} = 0,73 < 1$$

b) Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel

Anfangszustand

und Scherkraft im Nagel: $F_{1,d} = \frac{V_d \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1}{(E \cdot I)_{ef}}$ mit angenommener Querkraft: $\lambda_{y,ef} \geq 60 \rightarrow V_d = \frac{F_{c,d}}{60 \cdot k_{c,y}}$

$$V_d = \frac{1.050.000}{60 \cdot 0,718} = 24.400 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{24.400 \cdot 0,148 \cdot 12.600 \cdot 36.000 \cdot 210 \cdot 45}{10,41 \cdot 10^{12}} = 1.486 \text{ N}$$

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} = \frac{1.486}{1,0 \cdot 2.230} = 0,67 < 1$$

Endzustand

$$V_d = \frac{1.050.000}{60 \cdot 0,686} = 25.500 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{27.603 \cdot 0,131 \cdot 10.700 \cdot 36.000 \cdot 210 \cdot 45}{8,256 \cdot 10^{12}} = 1.471 \text{ N}$$

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} = \frac{1.471}{1,0 \cdot 2.230} = 0,66 < 1$$

c) Knicknachweis für die starre Achse (Knicken um die z-Achse)

Anfangszustand

Biegesteifigkeit: $(E \cdot I)_{z,ef} = 2 \cdot E_1 \cdot I_{1,z} + E_2 \cdot I_{2,z}$; Trägheitsradius: $i_z = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_{z,ef}}{(E \cdot A)_{tot}}}$; Schlankheitsgrad: $\lambda_z = \frac{l_z}{i_z}$

Endzustand

$$I_{1,z} = \frac{300^3 \cdot 120}{12} = 270 \cdot 10^6 \quad / \quad I_{2,z} = \frac{120^3 \cdot 300}{12} = 43,2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$(E \cdot I)_{z,ef} = 12.600 \cdot (2 \cdot 270 \cdot 10^6 + 43,2 \cdot 10^6) = 7,348 \cdot 10^{12}$$

$$i_{z,ef} = \sqrt{\frac{7,348 \cdot 10^{12}}{1,361 \cdot 10^9}} = 73,48 \text{ mm} \rightarrow \lambda_z = \frac{5.800}{73,48} = 78,9$$

Knicknachweis für die starre Achse ist maßgeblich

$$k_{c,z} = 0,540 \rightarrow \frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{i,c,z} \cdot f_{i,c,d}} = \frac{\sigma_{c,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,d}} = \frac{9,72}{0,540 \cdot 19,4} = 0,93 < 1$$

$$(E \cdot I)_{z,ef} = 10.700 \cdot (2 \cdot 270 \cdot 10^6 + 43,2 \cdot 10^6) = 6,240 \cdot 10^{12}$$

$$i_{z,ef} = \sqrt{\frac{6,240 \cdot 10^{12}}{1,156 \cdot 10^9}} = 73,47 \text{ mm} \rightarrow \lambda_y = \frac{5.800}{73,47} = 78,9$$

6.2 Knicknachweis einer genagelten Stütze Typ B aus Querschnitten C24 und GL24h

$$A_1 = 2 \cdot 80 \cdot 100 = 16.000 \text{ mm}^2 / A_2 = 90 \cdot 450 = 40.500 \text{ mm}^2 / I_{1,y} = \frac{160 \cdot 100^3}{12} = 13,33 \cdot 10^6 / I_{2,y} = \frac{90 \cdot 450^3}{12} = 683,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 / s = (50/2) = 25 \text{ mm}$$

a) Knicknachweis für die y-Achse (nachgiebige Achse)

Anfangszustand	Endzustand
$E_1 = 11.000 / E_2 = 11.500$	$E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i})$ $E_1 = 11.000 / (1 + 0,8 \cdot 0,6) = 7.430 \text{ N/mm}^2$ $E_2 = 11.500 / (1 + 0,8 \cdot 0,6) = 7.770 \text{ N/mm}^2$
$\rho_m = \sqrt{420 \cdot 420} = 420 \rightarrow K_{\text{ser}} = \frac{\rho_m^{1,5}}{30} \cdot d^{0,8} = 904 \text{ N/mm}$	$K_1 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} / (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}})$ $= \frac{2}{3} \cdot 904 / (1 + 0,8 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,6 \cdot 0,6}) = 307 \text{ N/mm}$
$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 11.000 \cdot 16.000 \cdot 25}{603 \cdot 9.700^2}} = 0,566$	$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 7.430 \cdot 16.000 \cdot 25}{307 \cdot 9.700^2}} = 0,496$
$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{-100 + 450}{2} = 175 \text{ mm}$	
Längssteifigkeit: $(EA)_{\text{tot}} = \sum_i E_i \cdot A_i = 2 \cdot E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2$	
$(EA)_{\text{tot}} = (2 \cdot 11.000 \cdot 16.000 + 11.500 \cdot 40.500) = 0,818 \cdot 10^9 \text{ N}$	$(EA)_{\text{tot}} = (2 \cdot 7.430 \cdot 16.000 + 7.770 \cdot 40.500) = 0,552 \cdot 10^9 \text{ N}$
Effektive Biegesteifigkeit: $(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot E_1 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + E_2 \cdot I_{2,y}$	
$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot 11.000 \cdot (13,33 \cdot 10^6 + 0,566 \cdot 16.000 \cdot 175^2) + 11.500 \cdot 683,4 \cdot 10^6$ $(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 14,26 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$	$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot 7.430 \cdot (13,33 \cdot 10^6 + 0,496 \cdot 16.000 \cdot 175^2) + 7.770 \cdot 683,4 \cdot 10^6$ $(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 9,121 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$
Schlankheitsgrad und Knickbeiwert $k_{(1/2),e,y}$ für die nachgiebige Achse: $i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_{y,\text{ef}}}{(E \cdot A)_{\text{tot}}}}$ und $\lambda_y = \frac{l_y}{i_{y,\text{ef}}}$	
$i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{14,26 \cdot 10^{12}}{0,818 \cdot 10^9}} = 132,0 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,\text{ef}} = \frac{9.700}{132,0} = 73,5$	$i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{9,121 \cdot 10^{12}}{0,552 \cdot 10^9}} = 128,5 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,\text{ef}} = \frac{9.700}{128,5} = 75,5$

$$k_{1,c,y} = 0,511 \quad / \quad k_{2,c,y} = 0,629$$

$$k_{1,c,y} = 0,490 \quad / \quad k_{2,c,y} = 0,599$$

Druckspannungen $\sigma_{i,c,d} = \frac{F_d \cdot E_i}{(EA)_{\text{tot}}}$

$$\sigma_{1,c,d} = \frac{350.000 \cdot 11.000}{0,818 \cdot 10^9} = 4,71 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad \sigma_{2,c,d} = \frac{350.000 \cdot 11.500}{0,818 \cdot 10^9} = 4,92 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{1,c,d} = \frac{350.000 \cdot 7.430}{0,552 \cdot 10^9} = 4,71 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad \sigma_{2,c,d} = \frac{350.000 \cdot 7.840}{0,552 \cdot 10^9} = 4,92 \text{ N/mm}^2$$

Knicknachweis für die nachgiebige Achse: $\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{i,c,y} \cdot f_{i,c,d}} \leq 1$ mit $f_{1,c,d} = 0,60 \cdot 21/1,3 = 9,69 \text{ N/mm}^2$ / $f_{2,c,d} = 0,60 \cdot 24/1,3 = 11,1 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{4,71}{0,511 \cdot 9,69} = 0,95 < 1 \quad / \quad \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{4,92}{0,629 \cdot 14,8} = 0,46 < 1$$

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{4,71}{0,490 \cdot 9,69} = 0,99 < 1 \quad / \quad \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{4,92}{0,599 \cdot 14,8} = 0,55 < 1$$

b) Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel mit $F_{v,Rd} = 590 \text{ N}$

Anfangszustand

und Scherkraft im Nagel: $F_{1,d} = \frac{V_d \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1}{(E \cdot I)_{\text{ef}}}$ mit angenommener Querkraft: $\lambda_{y,ef} \geq 60 \rightarrow V_d = \frac{F_{c,d}}{60 \cdot k_{c,y}}$

$$V_d = \frac{350.000}{60 \cdot 0,511} = 11.405 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{11.405 \cdot 0,566 \cdot 11.000 \cdot 16.000 \cdot 175 \cdot 25}{14,26 \cdot 10^{12}} = 349 \text{ N}$$

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} = \frac{349}{1,0 \cdot 590} = 0,59 < 1$$

Endzustand

$$V_d = \frac{350.000}{60 \cdot 0,490} = 11.901 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{11.901 \cdot 0,496 \cdot 7.430 \cdot 16.000 \cdot 175 \cdot 25}{9,121 \cdot 10^{12}} = 337 \text{ N}$$

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} = \frac{337}{1,0 \cdot 590} = 0,57 < 1$$