

Übungen Holzbau III Lösungen



DIN EN 1995-1-1 Eurocode 5:2010-12
DIN EN 1995-1-1 Nationaler Anhang:2013-08
DIN EN 1995-1-1/A2:2014-07

Ab Sommersemester 2020

Inhaltsverzeichnis

1	Verstärkungen	3
1.1	Entwurf eines unverstärkten Schräganschlusses.....	3
1.2	Entwurf eines verstärkten Queranschlusses	4
1.3	BSH-Träger mit unverstärkten Durchbrüchen	6
1.4	Verstärkung von Durchbrüchen an einem BSH-Träger.....	8
1.5	Spannungsnachweise an einem Durchlaufträger mit ausgeklinkten Enden.....	12
1.6	Verstärkung einer rechtwinkligen Ausklinkung am Ende eines BSH-Trägers.....	14
2	Pultdachträger	16
2.1	Lastannahmen für das Dach und Belastung eines Pultdachträgers.....	16
2.2	Charakteristische Werte der Belastung	16
2.3	Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis	16
2.4	Schubspannungsnachweis am Auflager.....	17
2.5	Biegespannungsnachweise.....	17
2.6	Stabilitätsnachweis	17
2.7	Gebrauchstauglichkeitsnachweis	18
3	Satteldachträger mit geradem unteren Rand	19
3.1	Lastannahmen für das Dach und Belastung eines Satteldachträgers.....	19
3.2	Charakteristische Werte der Belastung	19
3.3	Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis	19
3.4	Schubspannungsnachweis am Auflager.....	20
3.5	Biegespannungsnachweise.....	20
3.6	Querzugspannungsnachweis im Firstbereich	20
3.7	Stabilitätsnachweis	21
3.8	Gebrauchstauglichkeitsnachweis	21
4	Gekrümmte Träger mit konstanter Trägerhöhe	Fehler! Textmarke nicht definiert.
4.1	Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis	23
4.2	Spannungsnachweise am Auflager	23
4.3	Biegespannungsnachweise.....	23
4.4	Stabilitätsnachweis	24
4.5	Nachweis der Querzugspannungen im Firstquerschnitt.....	24
4.6	Gebrauchstauglichkeitsnachweis	25
5	Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand	Fehler! Textmarke nicht definiert.
5.1	Lastannahmen für das Dach und Belastung eines Satteldachträgers.....	27
5.2	Charakteristische Werte der Belastung	27
5.3	Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis	28
5.4	Schubspannungsnachweis am Auflager:.....	28
5.5	Biegespannungsnachweise im nicht gekrümmten Bereich analog einem Satteldachträger mit geradem Untergurt.....	28

5.6	Biegespannungsnachweis im gekrümmten Bereich am First bei lose aufgesatteltem Firstkeil	29
5.7	Querzugspannungsnachweis im Firstbereich bei lose aufgesatteltem Firstkeil	29
5.8	Stabilitätsnachweis	29
5.9	Gebrauchstauglichkeitsnachweis	30
5.10	Biegespannungsnachweis im gekrümmten Bereich am First bei festem Firstkeil	31
5.11	Querzugspannungsnachweis im Firstbereich bei festem Firstkeil	31
5.12	Verstärkung mit eingeklebten Stahlstäben	32
5.13	Stabilitätsnachweis bei festem Firstkeil	32
5.14	Gebrauchstauglichkeitsnachweis bei festem Firstkeil	32
6	Berechnung und Ausbildung von Sparrenpfetten als Gelenkträger... Fehler! Textmarke nicht definiert.	
6.1	Charakteristische Werte der Belastung	34
6.2	Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis	34
6.3	Standsicherheitsnachweis der Sparrenpfette als Gelenkträger	34
6.4	Abhebenachweis	35
6.5	Gebrauchstauglichkeitsnachweis der Sparrenpfette nach DIN 1052:2004-08	36
6.6	Entwurf und Standsicherheitsnachweis der Anschlüsse (Gelenk)	38
6.7	Nachweise am Auflager Sparrenpfette/Binder	39
6.8	Berechnungsergebnisse bei Verwendung eines Computerprogramms	39
7	Berechnung und Ausbildung von Sparrenpfetten als Koppelträger... Fehler! Textmarke nicht definiert.	
7.1	Charakteristische Werte der Belastung	41
7.2	Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis	41
7.3	Standsicherheitsnachweis der Sparrenpfette als Koppelträger	41
7.4	Abhebenachweis	42
7.5	Gebrauchstauglichkeitsnachweis der Sparrenpfette nach DIN 1052:2004	42
7.6	Entwurf und Standsicherheitsnachweis der Anschlüsse (Kopplung)	43
7.7	Nachweise am Auflager Sparrenpfette/Binder	44
7.8	Berechnungsergebnisse bei Verwendung eines Computerprogramms	45
8	Verbindungen mit Dübeln besonderer Bauart Fehler! Textmarke nicht definiert.	
8.1	Abhängung mit 4 Dübeln	46

1 Verstärkungen

1.1 Entwurf eines unverstärkten Schräganschlusses in GL24h

Ermittlung von F_{Ed} für die Werte $h_e = 170 / 300 / 500 / 700 / 840$ mm

Für beidseitige und mittige Queranschlüsse wird t_{ef} wie folgt berechnet

$$t_{ef} = \min \{ b; 2 \cdot t_{pen}; 12 \cdot d \} = \min \{ 400; 2 \cdot 200; 12 \cdot 20 \} = 240 \text{ mm}$$

$$k_s = \max \left\{ 1; \left(0,7 + \frac{1,4 \cdot a_r}{h} \right) \right\} = \max \left\{ 1; \left(0,7 + \frac{1,4 \cdot 300}{1200} \right) \right\} = 1,05$$

$$k_r = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (h_1/h_i)^2} \text{ mit } h_1 = 1200 - h_e \text{ und } h_2 = h_1 + 90 \text{ mm} \rightarrow k_r = \frac{2}{1^2 + \left(\frac{1200 - h_e}{1200 - h_e + 90} \right)^2}$$

$$F_{90,Rd} = k_s \cdot k_r \cdot \left(6,5 + \frac{18 \cdot h_e^2}{h^2} \right) \cdot (t_{ef} \cdot h)^{0,8} \cdot f_{t,90,d} = 1 \cdot k_r \cdot \left(6,5 + \frac{18 \cdot h_e^2}{1200^2} \right) \cdot (240 \cdot 1200)^{0,8} \cdot 0,308$$

h_e	$k_r = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (h_1/h_i)^2}$	$F_{90,Rd}$	$\max F_{Ed} = \frac{F_{90,Rd}}{\sin 60^\circ}$
[mm]	[]	[N]	[N]
170	1,0836	56.042	64.715
300	1,0950	62.939	72.675
500	1,1204	81.285	93.860
700	1,1640	110.775	127.913
840	1,2195	140.832	162.618

1.2 Entwurf eines verstärkten Queranschlusses in GL28h

- Bemessungswert der Anschlusskraft rechtwinklig zur Faserrichtung

$$\alpha = a/h = 200/600 = 1/3$$

$$F_{t,90,d} = (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) \cdot F_{90,d} = (1 - 3 \cdot (1/3)^2 + 2 \cdot (1/3)^3) \cdot 150 = 0,741 \cdot 150 = 111,1 \text{ kN}$$

- Verstärkung mit eingeklebten Betonrippenstäben

Tragfähigkeit der Klebfuge eines einzelnen Betonrippenstahls

$$l_{ad} \leq 250 \text{ mm} \rightarrow f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\max F_{t,90,d} = f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} = 2,77 \cdot \pi \cdot d_r \cdot 200$$

d_r	$a_{4,c}$ $2,5 \cdot d_r$	a_2 $4 \cdot d_r$	$\max n$ = max. mögliche Anzahl von Stäben über die Breite von 140 mm	$N_{R,d}$	$F_{t,90,Rd}$	$2 \cdot \max n \cdot F_{t,90,Rd}$
[mm]	[mm]	[mm]		[kN]	[kN]	[kN]
8	20	32	$(140 - 2 \cdot 20)/32 = 3,1 \rightarrow \max n = 4$	20,1	13,92	111,6
10	25	40	$(140 - 2 \cdot 25)/40 = 2,3 \rightarrow \max n = 3$	31,4	17,40	104,4
12	30	48	$(140 - 2 \cdot 30)/48 = 1,7 \rightarrow \max n = 2$	45,2	20,89	83,6
14	35	56	$(140 - 2 \cdot 35)/56 = 1,3 \rightarrow \max n = 2$	61,1	24,37	97,5
16	40	64	$(140 - 2 \cdot 40)/64 = 0,9 \rightarrow \max n = 1$	80,4	27,85	55,7
20	50	80	$(140 - 2 \cdot 50)/80 = 0,5 \rightarrow \max n = 1$	126	34,81	69,6

Der Vergleich mit der Tragfähigkeit des Stahlquerschnitts zeigt, dass bei dieser Einkleblänge immer die Tragfähigkeit der Klebfuge maßgeblich ist.

Gewählt: Betonrippenstäbe $d_r = 8 \text{ mm}$, $n = 4$

Mindesteinkleblänge $l_{ad} = 200 \geq \max \{0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r\} = \max \{0,5 \cdot 8^2; 10 \cdot 8\} = 80 \text{ mm} \rightarrow \text{eingehalten}$

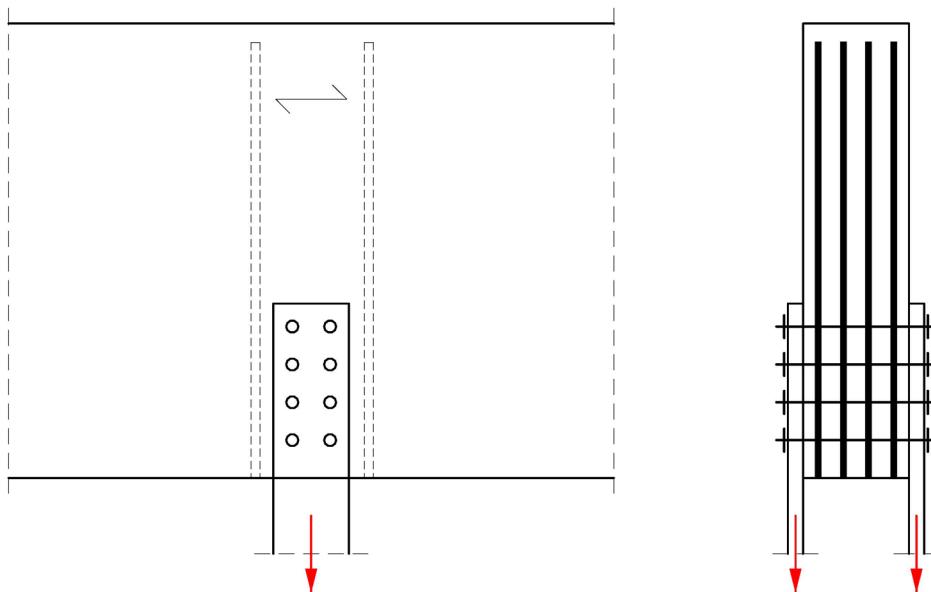


Abb. 1-1 Verstärkung durch eingeklebte Betonrippenstäbe

- Außen aufgeklebte Verstärkung mit Sperrholz

Mindestbreite der 4 Sperrholzstreifen aus der Tragfähigkeit der Klebfuge

$$f_{k2,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{k2,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,75}{1,3} = 0,519 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{\text{ef},d} = f_{k2,d} = \frac{F_{t,90,d}}{4 \cdot l_{\text{ad}} \cdot \min l_r} \rightarrow \min l_r = \frac{F_{t,90,d}}{4 \cdot l_{\text{ad}} \cdot f_{k2,d}} = \frac{111 \cdot 100}{4 \cdot 200 \cdot 0,519} = 268 \text{ mm}$$

Ist die Mindestbreite der Verstärkungsplatten zulässig?

$$\frac{\min l_r}{l_{\text{ad}}} = \frac{268}{200} > 0,5 \rightarrow \text{aufnehmbare Belastung } F_{90,d} \text{ ist geringer.}$$

Welche maximale Belastung $F_{90,d}$ ist von der Klebfuge aufnehmbar?

$$0,25 \cdot l_{\text{ad}} \leq l_r \leq 0,5 \cdot l_{\text{ad}} \rightarrow \max l_r = 0,5 \cdot 200 = 100 \text{ mm}$$

$$\tau_{\text{ef},d} = f_{k2,d} = \frac{F_{t,90,\text{Rd}}}{4 \cdot l_{\text{ad}} \cdot \max l_r} \rightarrow F_{t,90,\text{Rd}} = \max l_r \cdot 4 \cdot l_{\text{ad}} \cdot f_{k2,d} = 100 \cdot 4 \cdot 200 \cdot 0,519 = 41.520 \text{ N}$$

$$F_{t,90,\text{Rd}} = (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) \cdot \max F_{90,d} \rightarrow \max F_{90,d} = \frac{41.520}{0,741} = 56,03 \approx 56 \text{ kN}$$

Nachweis der Zugspannungen in der Sperrholzplatte mit $t_r = 10 \text{ mm}$

$$f_{t,d} = 1,125 \cdot 17,8 = 20,0$$

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{n_r \cdot t_r \cdot l_r} = \frac{41.520}{4 \cdot 10 \cdot 100} = 10,38 \text{ N/mm}^2$$

$$1,5 \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} = 1,5 \cdot \frac{10,38}{20,0} = 0,78 \leq 1$$

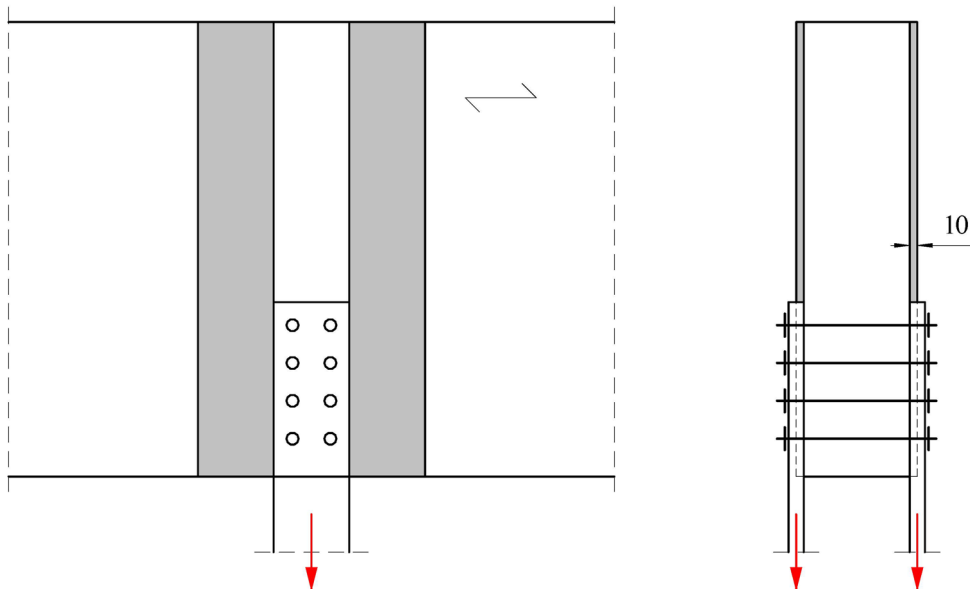


Abb. 1-2 Verstärkung durch seitlich aufgeklebte Sperrholzplatten

1.3 GL32h -Träger mit unverstärkten Durchbrüchen

geometrische Bedingung	rechteckiger Durchbruch	kreisförmiger Durchbruch
$l_v \geq h$	$(2.120 - 125 = 1.995) > 880$	
$l_z \geq 1,5 \cdot h$ und $l_z \geq 300$	$(1.700 - 65 - 125 = 1.510)$ $> (1,5 \cdot 880 = 1.320)$ und $1.510 > 300$	
$l_A \geq 0,5 \cdot h$		$(980 - 65 = 915) >$ $(0,5 \cdot 880 = 440)$
$h_{ro} \geq 0,35 \cdot h$	$430 > (0,35 \cdot 880 = 308)$	$415 > 308$
$h_{ru} \geq 0,35 \cdot h$	$350 > 308$	$335 > 308$
$a \leq 0,4 \cdot h$	$250 < 0,4 \cdot 880 = 352$	$130 < 352$
$h_d \leq 0,15 \cdot h$	$100 < 0,15 \cdot 880 = 132$	$130 < 132$

$$f_{t,90,d} = 0,9 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,346 \text{ N/mm}^2 \quad k_{t,90} = \min \left\{ \frac{\sqrt{450/h}}{1} \right\} = \min \left\{ \frac{\sqrt{450/880}}{1} \right\} = 0,715$$

- Tragfähigkeitsnachweis am rechteckigen Durchbruch

Querkzug am linken Rand des rechteckigen Durchbruchs

$$V_d = q_d \cdot (2.120 + 125) = 28 \cdot 2.245 = 62,86 \cdot 10^3 \quad M_d = q_d \cdot \frac{2.245^2}{2} = 70,56 \cdot 10^6$$

$$h_r = \min \{h_{ro}; h_{ru}\} = \min \{430; 350\} = 350 \text{ mm}$$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{62,86 \cdot 10^3 \cdot 100}{4 \cdot 880} \cdot \left(3 - \frac{100^2}{880^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{70,56 \cdot 10^6}{350}$$

$$F_{t,90,d} = 5.334,3 + 1.612,8 = 6.947 \text{ N}$$

Nachweis des Querkzugs am rechteckigen Durchbruch

$$l_{t,90} = 0,5 \cdot (h_d + h) = 0,5 \cdot (100 + 880) = 490 \text{ mm}$$

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot l_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{6.947}{0,5 \cdot 490 \cdot 220 \cdot 0,715 \cdot 0,346} = 0,52 < 1$$

Nachweis der Biegespannungen am rechteckigen Durchbruch

$$\sigma_{m,d,o} = 2,20 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{m,d,u} = 2,25 \text{ N/mm}^2.$$

Erhöhung der Biegespannungen

$$V_d = 28 \cdot 2.120 = 59.360 \text{ N}$$

$$V_{d,o} = \frac{h_{ro}}{h_{ro} + h_{ru}} \cdot V_d = \frac{430}{430 + 350} \cdot 59.360 = 32.724 \text{ N}$$

$$\Delta M_{d,o} = V_{d,o} \cdot \frac{a}{2} = 32.724 \cdot 0,5 \cdot 250 = 4,091 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\Delta \sigma_{m,d,o} = \frac{\Delta M_{d,o}}{W_o} = \frac{4,091 \cdot 10^6 \cdot 6}{220 \cdot 430^2} = 0,603 \text{ N/mm}^2$$

$$V_{d,u} = \frac{350}{430 + 350} \cdot 59.360 = 26.636 \text{ N}$$

$$\Delta M_{d,u} = 26.636 \cdot 125 = 3,329 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\Delta \sigma_{m,d,u} = \frac{\Delta M_{d,u}}{W_u} = \frac{3,329 \cdot 10^6 \cdot 6}{220 \cdot 350^2} = 0,741 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis der erhöhten Biegespannungen am rechteckigen Durchbruch

$$\max \sigma_{m,d} = \sigma_{m,d,u} + \Delta \sigma_{m,d,u} = 2,25 + 0,741 = 2,99 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{2,99}{0,9 \cdot \frac{32}{1,3}} = 0,13 < 1$$

- Tragfähigkeitsnachweis am kreisförmigen Durchbruch

$$V_d = q_d \cdot (2.120 + 1.700 + 65) = 28 \cdot 3.885 = 108,78 \cdot 10^3 \text{ N} \quad M_d = q_d \cdot \frac{3.885^2}{2} = 211,305 \cdot 10^6$$

$$h_r = \min \left\{ \begin{array}{l} h_{ro} + 0,15 \cdot h_d \\ h_{ru} + 0,15 \cdot h_d \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 415 + 0,15 \cdot 130 \\ 335 + 0,15 \cdot 130 \end{array} \right\} = 354,5 \text{ mm}$$

Querzug am linken Rand des kreisförmigen Durchbruchs mit $0,7 \cdot h_d = 0,7 \cdot 130 = 91 \text{ mm}$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{108,78 \cdot 10^3 \cdot 91}{4 \cdot 880} \cdot \left(3 - \frac{91^2}{880^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{211,305 \cdot 10^6}{354,5}$$

$$F_{t,90,d} = 8.406,6 + 4.768,5 = 13.175 \text{ N}$$

Tragfähigkeitsnachweis am kreisförmigen Durchbruch

$$l_{t,90} = 0,353 \cdot h_d + 0,5 \cdot h = 0,353 \cdot 130 + 0,5 \cdot 880 = 485,9 \text{ mm}$$

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot l_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{13.175}{0,5 \cdot 485,9 \cdot 220 \cdot 0,715 \cdot 0,346} = 0,996 \leq 1$$

1.4 Verstärkung von Durchbrüchen an einem GL32h -Träger

geometrische Bedingung	rechteckiger Durchbruch	kreisförmiger Durchbruch
$l_v \geq h$	$(2.120 - 125 = 1.995) > 880$	
$l_z \geq h$ $l_z \geq 300$	$(1.700 - 80 - 125 = 1.495) > 880$ und $1.495 > 300$	
$l_A \geq 0,5 \cdot h$		$(980 - 80 = 900) > (0,5 \cdot 880 = 440)$
$h_{ro} \geq 0,25 \cdot h$	$430 > (0,25 \cdot 880 = 220)$	$400 > 220$
$h_{ru} \geq 0,25 \cdot h$	$350 > 220$	$320 > 220$
$a \leq h$ und $(a/h_d) \leq 2,5$	$250 \leq 880$ und $[(250/100) = 2,5] \leq 2,5$	$160 \leq 880$
$h_d \leq 0,3 \cdot h$ innen liegend	$100 < (0,3 \cdot 880 = 264)$	$160 < 264$
$h_d \leq 0,4 \cdot h$ außen liegend	$100 < (0,4 \cdot 880 = 352)$	$160 < 352$

a) Verstärkung mit eingeklebten Betonrippenstählen

- Verstärkung des rechteckigen Durchbruchs mit eingeklebten Betonrippenstählen

Querzug am linken Rand des rechteckigen Durchbruchs

$$V_d = q_d \cdot (2.120 + 125) = 105 \cdot 2.245 = 235,73 \cdot 10^6 \text{ N} \quad M_d = q_d \cdot \frac{2.245^2}{2} = 264,60 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$h_r = \min\{h_{ro}; h_{ru}\} = \min\{430; 350\} = 350 \text{ mm}$$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2}\right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{235,73 \cdot 10^3 \cdot 100}{4 \cdot 880} \cdot \left(3 - \frac{100^2}{880^2}\right) + 0,008 \cdot \frac{264,60 \cdot 10^6}{350}$$

$$F_{t,90,d} = 20.003,7 + 6048,0 = 26.052 \text{ N} = 26,05 \text{ kN}$$

$$\text{Einkleblänge } l_{ad} = h_{ru} = 350$$

$$\text{Mindesteinkleblänge } l_{ad} = 350 \geq \max\{0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r\} = \max\{0,5 \cdot 10^2; 10 \cdot 10\} = 100 \rightarrow \text{eingehalten}$$

Tragfähigkeit der Klebfuge eines Betonrippenstahls

$$l_{ad} = 350 \text{ mm} \rightarrow f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,50}{1,3} = 2,42 \text{ N/mm}^2$$

Die Zugtragfähigkeit für einen einzelnen Betonrippenstahl: $N_{R,d} = 31,4 \text{ kN}$

Von der Klebfuge aufnehmbare Zugkraft für einen einzelnen eingeklebten Stahlstab:

$$F_{t,90,Rd} = f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} = 2,42 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 350 = 26.643 \text{ N} = 26,64 \text{ kN} \rightarrow \text{maßgeblich}$$

$$\text{Benötigte Anzahl von Gewindestangen: } n = \frac{26,05}{26,64} = 0,98 \rightarrow 1$$

Nachweis der Biegespannungen am rechteckigen Durchbruch

$$\sigma_{m,d,o} = 8,25 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{m,d,u} = 8,45 \text{ N/mm}^2$$

Erhöhung der Biegespannungen

$$V_d = 105 \cdot 2.120 = 222.600 \text{ N}$$

$$\begin{array}{l|l} V_{d,o} = \frac{h_{ro}}{h_{ro} + h_{ru}} \cdot V_d = \frac{430}{430 + 350} \cdot 222.600 = 122.715 \text{ N} & V_{d,u} = \frac{350}{430 + 350} \cdot 222.600 = 99.885 \text{ N} \\ \Delta M_{d,o} = V_{d,o} \cdot \frac{a}{2} = 122.715 \cdot 0,5 \cdot 250 = 15,34 \cdot 10^6 \text{ Nmm} & \Delta M_{d,u} = 99.885 \cdot 125 = 12,49 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \\ \Delta \sigma_{m,d,o} = \frac{\Delta M_{d,o}}{W_o} = \frac{15,34 \cdot 10^6 \cdot 6}{220 \cdot 430^2} = 2,26 \text{ N/mm}^2 & \Delta \sigma_{m,d,u} = \frac{\Delta M_{d,u}}{W_u} = \frac{12,49 \cdot 10^6 \cdot 6}{220 \cdot 350^2} = 2,78 \text{ N/mm}^2 \end{array}$$

Nachweis der erhöhten Biegespannungen am rechteckigen Durchbruch

$$\max \sigma_{m,d} = \sigma_{m,d,u} + \Delta \sigma_{m,d,u} = 8,45 + 2,78 = 11,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{\sigma_{m,d}}{k_{mod} \cdot f_{m,k} / \gamma_M} = \frac{11,2}{0,9 \cdot 32 / 1,3} = 0,51 < 1$$

Nachweis der erhöhten Schubspannungen

$$\kappa_{max} = 1,84 \cdot \left(1 + \frac{a}{h}\right) \cdot \left(\frac{h_d}{h}\right)^{0,2} = 1,84 \cdot \left(1 + \frac{250}{880}\right) \cdot \left(\frac{100}{880}\right)^{0,2} = 1,529$$

$$\tau_{d,max} = \kappa_{max} \cdot \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot (h - h_d)} = 1,529 \cdot \frac{1,5 \cdot 222.600}{220 \cdot (880 - 100)} = 2,98 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_{d,max}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{2,98}{1,125 \cdot 1,54} = 1,72 > 1 \rightarrow \text{eine innenliegende Verstärkung kann nicht ausgeführt werden!}$$

- Verstärkung des kreisförmigen Durchbruchs mit eingeklebten Betonrippenstählen

$$V_d = q_d \cdot (2.120 + 1.700 + 80) = 105 \cdot 3.900 = 409,5 \cdot 10^3 \text{ N} \quad M_d = q_d \cdot \frac{3.900^2}{2} = 798,53 \cdot 10^6$$

$$h_r = \min \left\{ \begin{array}{l} h_{ro} + 0,15 \cdot h_d \\ h_{ru} + 0,15 \cdot h_d \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 400 + 0,15 \cdot 160 \\ 320 + 0,15 \cdot 160 \end{array} \right\} = 344 \text{ mm}$$

Querzug am linken Rand des kreisförmigen Durchbruchs mit $0,7 \cdot h_d = 0,7 \cdot 160 = 112 \text{ mm}$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2}\right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{409,5 \cdot 10^3 \cdot 112}{4 \cdot 880} \cdot \left(3 - \frac{112^2}{880^2}\right) + 0,008 \cdot \frac{798,53 \cdot 10^6}{344}$$

$$F_{t,90,d} = \underbrace{38.877,6}_{F_{t,V,d}} + \underbrace{18.570,5}_{F_{t,M,d}} = 57.448 \text{ N} = 57,45 \text{ kN}$$

Lage der querzugbeanspruchten Bereiche bei $F_{t,V,d} \geq F_{t,M,d}$: links unten und rechts oben

$$\text{Einkleblänge } l_{ad} = h_{ru} + 0,15 \cdot h_d = 320 + 0,15 \cdot 160 = 344 \text{ mm}$$

$$\text{Mindesteinkleblänge } l_{ad} = 344 \geq \max \{0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r\} = \max \{0,5 \cdot 10^2; 10 \cdot 10\} = 100 \text{ mm} \rightarrow \text{eingehalten}$$

Die Zugtragfähigkeit für diesen Betonrippenstahl beträgt $N_{R,d} = 31,4 \text{ kN}$

$$l_{ad} = 344 \text{ mm} \rightarrow f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{3,53}{1,3} = 2,44 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t,90,Rd} = f_{k1,d} \cdot \pi \cdot n \cdot d_r \cdot l_{ad} = 2,44 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10 \cdot 344 = 26.411 \text{ N} = 26,41 \text{ kN} \rightarrow \text{maßgeblich}$$

Benötigte Anzahl von Gewindestangen: $n = \frac{57,45}{26,41} = 2,18 \rightarrow 3$

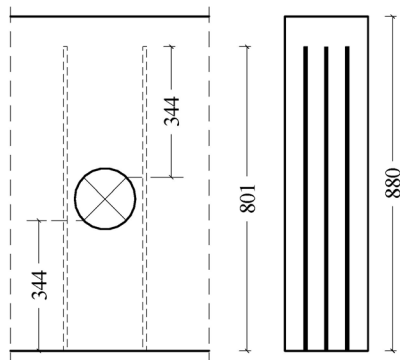


Abb. 1-3 Verstärkung des kreisförmigen Durchbruchs durch eingeklebte Gewindestangen

b) Verstärkung mit aufgeklebten Sperrholzplatten

- Verstärkung des rechteckigen Durchbruchs mit aufgeklebten Sperrholzplatten

$$f_{k2,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{k2,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,75}{1,3} = 0,519 \text{ N/mm}^2$$

Wie groß muss die Verstärkungsplatte des rechteckigen Durchbruchs sein?

$$\tau_{\text{ef},d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{\text{ad}}} \leq f_{k2,d} = 0,519 \text{ N/mm}^2 \rightarrow a_r \cdot h_{\text{ad}} \geq \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot f_{k2,d}} = \frac{26.050}{2 \cdot 0,519} = 25.085 \text{ mm}^2$$

Für die Verstärkungsplatten müssen folgende Bedingungen eingehalten werden:

$$\left. \begin{aligned} 0,25 \cdot a &\leq a_r \leq 0,3 \cdot (h_d + h) \\ 0,25 \cdot 250 &= 62,5 \text{ mm} < a_r < 0,3 \cdot (100 + 880) = 294 \text{ mm} \\ h_{\text{ad}} &= h_1 \geq 0,25 \cdot a = 62,5 \text{ mm} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} a_r &= 200 \text{ mm} \\ h_{\text{ad}} &= 130 \text{ mm} \end{aligned} \right\} \rightarrow a_r \cdot h_{\text{ad}} = 26.000 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{\text{ef},d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{\text{ad}}} = \frac{26.050}{2 \cdot 200 \cdot 130} = 0,501 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\tau_{\text{ef},d}}{f_{k2,d}} = \frac{0,501}{0,519} = 0,97 < 1$$

Nachweis der Zugspannungen in den aufgeklebten Verstärkungsplatten F40/30 E60/40

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{t,d} &= \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot t_r} = \frac{26.050}{2 \cdot 200 \cdot 10} = 6,51 \text{ N/mm}^2 \\ f_{t,k} &= 1,125 \cdot 17,8 = 20,0 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow k_k \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} = 2,0 \cdot \frac{6,51}{20,0} = 0,65 < 1$$

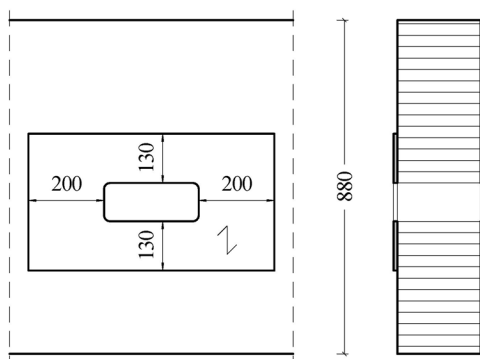


Abb. 1-4 Verstärkung durch des rechteckigen Durchbruchs durch aufgeklebte Verstärkungsplatten

- Verstärkung des kreisförmigen Durchbruchs mit aufgeklebten Sperrholzplatten

Wie groß muss die Verstärkungsplatte sein?

$$a_r \cdot h_{ad} \geq \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot f_{k2,d}} = \frac{57.448}{2 \cdot 0,519} = 55.345 \text{ mm}^2$$

Für die Verstärkungsplatten müssen folgende Bedingungen eingehalten werden:

$$\left. \begin{array}{l} 0,25 \cdot a \leq a_r \leq 0,3 \cdot (h_d + h) \\ 0,25 \cdot 160 = 40 \text{ mm} < a_r < 0,3 \cdot (160 + 880) = 312 \text{ mm} \\ h_{ad} = h_1 + 0,15 \cdot h_d \geq 0,25 \cdot a = 40 \text{ mm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow a_r = 300 \text{ mm} \\ \rightarrow h_{ad} = 200 \text{ mm} \end{array} \rightarrow a_r \cdot h_{ad} = 60.000 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{ad}} = \frac{57.448}{2 \cdot 300 \cdot 200} = 0,479 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\tau_{ef,d}}{f_{k2,d}} = \frac{0,479}{0,519} = 0,92 < 1$$

Nachweis der Zugspannungen in den aufgeklebten Verstärkungsplatten F40/30 E60/40

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot t_r} = \frac{57.448}{2 \cdot 300 \cdot 10} = 9,58 \text{ N/mm}^2 \rightarrow k_k \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} = 2,0 \cdot \frac{9,58}{20,0} = 0,96 < 1$$

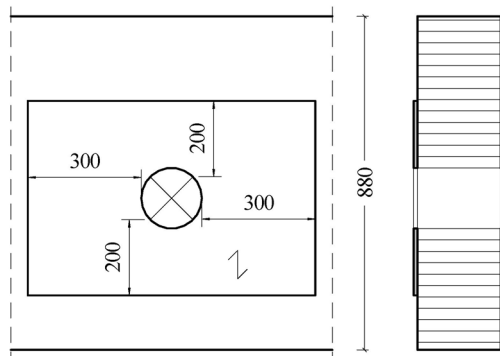


Abb. 1-5 Verstärkung des kreisförmigen Durchbruchs durch aufgeklebte Verstärkungsplatten

1.5 Spannungsnachweise an einem GL28h-Durchlaufträger mit ausgeklinkten Enden

Statik: Werte entnommen aus Schneider/Wendehorst o.ä. Standardliteratur

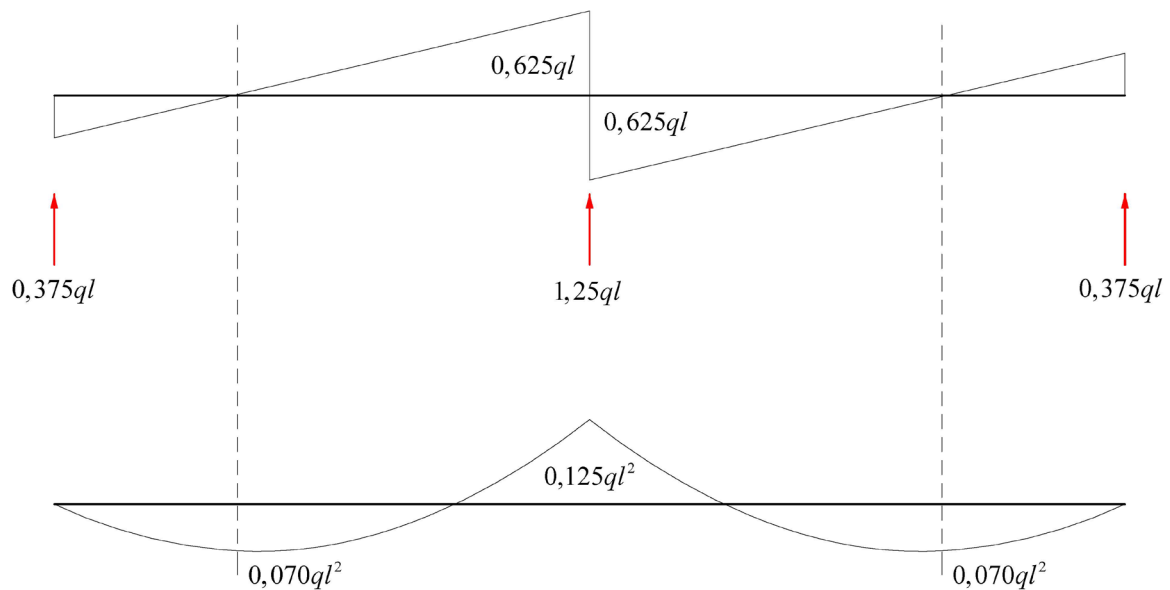
$$M_1 = 0,070 \cdot q_d \cdot l^2 = 0,070 \cdot 60 \cdot 8^2 = 268,8 \text{ kNm}$$

$$M_B = 0,125 \cdot q_d \cdot l^2 = 0,125 \cdot 60 \cdot 8^2 = 480,0 \text{ kNm}$$

$$A = 0,375 \cdot q_d \cdot l = 0,375 \cdot 60 \cdot 8 = 180,0 \text{ kN}$$

$$B = 1,250 \cdot q_d \cdot l = 1,25 \cdot 60 \cdot 8 = 600,0 \text{ kN}$$

$$Q_{bl} = 0,625 \cdot q_d \cdot l = 0,625 \cdot 60 \cdot 8 = 300,0 \text{ kN}$$



Nachweis der Biegespannungen

Maximales Biegemoment Auflager B

$$f_{m,d} = \underbrace{k_h}_{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0} \cdot \underbrace{1,125}_{\text{KLED kurz}} \cdot 17,2 = 19,35 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} = \frac{\frac{M_{y,d}}{W_y}}{f_{m,d}} = \frac{\frac{480 \cdot 10^6 \cdot 6}{220 \cdot 1.000^2}}{19,35} = \frac{13,09}{19,35} = 0,68 < 1$$

a) Nachweis der Schubspannungen

Bei Auflager A (Ausklinkung)

Berechnung von k_v

$$h_e = 900 \text{ mm} / h = 1.000 \text{ mm} / c = 300 \text{ mm} / \tan \varepsilon = \frac{100}{800} = 0,125 / \alpha = \frac{h_e}{h} = \frac{900}{1.000} = 0,9 / k_n = 6,5$$

$$k_{90} = \frac{k_n}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{c}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)}$$

$$= \frac{6,5}{\sqrt{1.000} \cdot \left[\sqrt{0,9 \cdot (1 - 0,9)} + 0,8 \cdot \frac{300}{1.000} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,9} - 0,9^2} \right]} = \frac{6,5}{13,651} = 0,476$$

$$k_{\varepsilon} = 1 + \frac{1,1}{\tan \varepsilon \cdot \sqrt{h \cdot \tan \varepsilon}} = 1 + \frac{1,1}{0,125 \cdot \sqrt{1.000 \cdot 0,125}} = 1,787$$

$$k_v = \min \left\{ \frac{1}{k_{90} \cdot k_{\varepsilon}} = \min \left\{ \frac{1}{0,476 \cdot 1,787} \right\} \right\} = 0,851$$

Nachweis der Schubspannungen

$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = \underbrace{1,125}_{\text{KLED kurz}} \cdot 1,54 = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_d}{k_v \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{\frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h_e}}{k_v \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{\frac{1,5 \cdot 180 \cdot 10^3}{220 \cdot 900}}{0,851 \cdot 1,73} = \frac{1,36}{1,47} = 0,93 < 1$$

Bei Auflager B

$$A = 220 \cdot 1.000 = 220 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\frac{\tau_d}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{\frac{1,5 \cdot V_d}{A}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{\frac{1,5 \cdot 300 \cdot 10^3}{220 \cdot 10^3}}{1,73} = \frac{2,05}{1,73} = 1,18 > 1 \rightarrow \text{Nachweis mit red. Querkraft erforderlich}$$

Reduzierte Querkraft aus der Streckenlast

$$V_{\text{red}} = 300 - 60 \cdot 1,0 = 240 \text{ kN} \quad (\text{sichere Seite, Stahlträger nicht berücksichtigt})$$

$$\frac{\tau_d}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{\frac{1,5 \cdot V_d}{A}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{\frac{1,5 \cdot 240 \cdot 10^3}{220 \cdot 10^3}}{1,73} = \frac{1,64}{1,73} = 0,95 < 1$$

b) Nachweis der Querdruckspannungen

Bei Auflager A

$$f_{c,90,d} = 1,125 \cdot 1,54 = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{\text{ef}} = 220 \cdot (500 + 30) = 116,6 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$k_{c,90} = 1,75$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{\frac{F_d}{A_{\text{ef}}}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{\frac{180 \cdot 10^3}{116,6 \cdot 10^3}}{1,75 \cdot 1,73} = 0,51 \leq 1$$

Bei Auflager B

$$A_{\text{ef}} = 220 \cdot (840 + 2 \cdot 30) = 198 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$k_{c,90} = 1,75$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{\frac{F_d}{A_{\text{ef}}}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{\frac{600 \cdot 10^3}{198 \cdot 10^3}}{1,75 \cdot 1,73} = \frac{3,03}{3,03} = 1,0 \leq 1$$

1.6 Verstärkung einer rechtwinkligen Ausklinkung am Ende eines GL32h-Trägers

- Bemessungswert der Anschlusskraft rechtwinklig zur Faserrichtung

$$\alpha = h_e / h = 500 / 1.150 = 0,435$$

$$F_{t,90,d} = 1,3 \cdot V_d \cdot (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) = 1,3 \cdot 77 \cdot 0,597 = 59,8 \text{ kN}$$

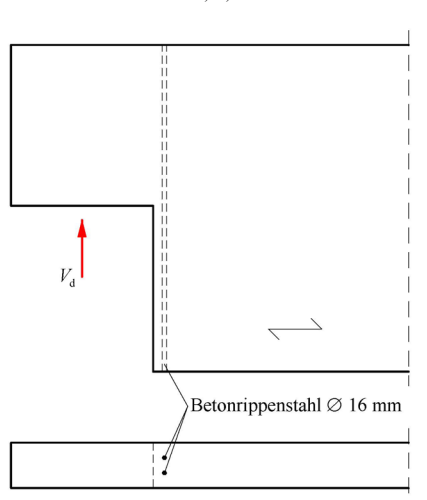
- Verstärkung mit eingeklebten Betonrippenstählen, $d_r = 16 \text{ mm}$, $N_{R,d} = 80,4 \text{ kN}$

Mindesteinkleblänge

$$l_{ad} = 500 \text{ mm} > \left(\max \{0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r\} = \max \{0,5 \cdot 16^2; 10 \cdot 16\} = 160 \text{ mm} \right) \rightarrow \text{eingehalten}$$

Von der Klebfuge aufnehmbare Zugkraft für einen einzelnen eingeklebten Stahlstab:

$$l_{ad} = 500 \text{ mm} \rightarrow F_{t,90,Rd} = 1,125 \cdot 42,5 = 47,8 \text{ kN} \rightarrow \text{maßgeblich}$$



Die Tragfähigkeit der Klebfuge ist maßgeblich.

Benötigte Anzahl von Betonrippenstählen:

$$n = \frac{59,8}{47,8} = 1,25 \rightarrow 2$$

Abb. 1-6 Verstärkung durch eingeklebte Betonrippenstähle

- Außen aufgeklebte Verstärkung mit 12 mm dickem Sperrholz F50/25 E70/25

Mindestbreite der Sperrholzstreifen aus Tragfähigkeit der Klebfuge

$$f_{k2,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k2,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,75}{1,3} = 0,519 \text{ N/mm}^2$$

$$h_{min} = \min \{h_e; (h - h_e)\} = \min \{500; (1.150 - 500)\} = 500$$

$$\tau_{ef,d} = f_{k2,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot h_{min} \cdot \min l_r} \rightarrow \min l_r = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot h_{min} \cdot f_{k2,d}} = \frac{59.800}{2 \cdot 500 \cdot 0,519} = 115 \text{ mm}$$

Mindestbreite der Sperrholzstreifen aus Zugfestigkeit des Sperrholzes

$$f_{t,d} = 1,125 \cdot 17,8 = 20,0 \text{ N/mm}^2$$

$$2,0 \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1 \text{ und } \sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot l_r} \rightarrow 2,0 \cdot \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot l_r} \leq f_{t,d} \rightarrow l_r \geq \frac{F_{t,90,d}}{t_r \cdot f_{t,d}} = \frac{59.800}{12 \cdot 20,0} = 249 \text{ mm} \rightarrow \text{maßgeblich}$$

$$\text{gewählt: } l_r = 250 \text{ mm} \rightarrow 0,25 \leq \left(\frac{l_r}{h_{\min}} = \frac{250}{500} = 0,50 \right) \leq 0,5 \rightarrow \text{zulässig}$$

Nachweis der Klebfuge

$$\tau_{\text{ef},d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot h_{\min} \cdot l_r} = \frac{59.800}{2 \cdot 500 \cdot 250} = 0,239 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\tau_{\text{ef},d}}{f_{k2,d}} = \frac{0,239}{0,519} = 0,46 < 1$$

Nachweis der Zugspannungen in den Sperrholzstreifen

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot l_r} = \frac{59.800}{2 \cdot 12 \cdot 250} = 9,97 \text{ N/mm}^2 \rightarrow 2,0 \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} = 2,0 \cdot \frac{9,97}{20,0} = 0,997 < 1$$

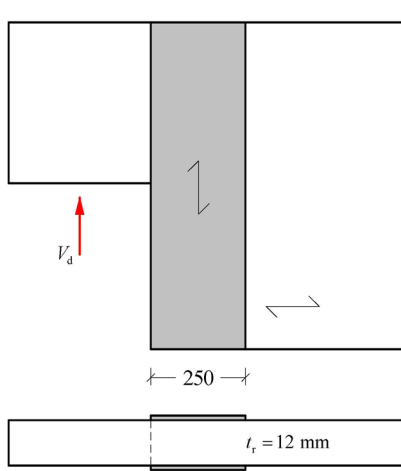


Abb. 1-7 Verstärkung durch seitlich aufgeklebte Sperrholzplatten

2 Berechnung eines GL24h-Pulldachträgers

Rechenwerte für die charakteristischen Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte für GL24h

$f_{m,k}$	$f_{t,0,k}$	$f_{t,90,k}$	$f_{c,0,k}$	$f_{c,90,k}$	$k_{cr} \cdot f_{v,k}$	$E_{0,mean}$	G_{mean}	ρ_k
24	19,2	0,50	24	2,5	2,5	11.500	650	385

2.1 Lastannahmen für das Dach und Belastung eines Pulldachträgers

Die Bemessung wird hier nur für die Hauptlasten auf das Dach durchgeführt. Aus Windlasten auf den Giebel bzw. die Seitenwände sowie aus Seitenlasten von Kippstabilisierungen der Binder entstehen zusätzliche Längskräfte in den Pulldachträgern, die zur Vereinfachung in dieser Lösung nicht berücksichtigt sind.

FZ-Wellplatten	$g_{Deckung} = 0,20 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Sparrenpfetten ($\square 100/160$: ca. 0,1 kN/m)	$g_{Pfetten} = 0,10 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Summe Eigengewicht	$g = 0,30 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Schneelast	$\bar{s} = 0,75 \text{ kN/m}^2$	Gfl.
Windlast (Sog)	$w_s = c_p \cdot q = -0,6 \cdot 0,5 = -0,30 \text{ kN/m}^2$	Dfl.

Für die Bemessung des Trägers ist die Lastkombination aus Eigengewicht und Schnee maßgeblich.

Abschätzung des Eigengewichtes des Pulldachträgers als konstante Streckenlast:

mittlere Höhe ca. = 1,0 m, Breite = 0,20 m

Masse und Gewicht pro Meter Trägerlänge:

$$g_{Träger} = 1,0 \cdot 0,2 \cdot \rho = 0,2 \cdot \underbrace{5,0}_{\text{DIN 1055-1}} = 1,0 \text{ kN/m} \quad (\text{einschl. Zuschlag für Metallteile})$$

2.2 Charakteristische Werte der Belastung

Ständige Last:

$$q_k = q_v = \frac{g}{\cos \alpha} \cdot a + g_{Träger} = \frac{0,30}{1,0} \cdot 6,0 + 1 = 2,80 \text{ kN/m}$$

Veränderliche Last:

$$q_k = q_v = \bar{s} \cdot a = 0,75 \cdot 6,0 = 4,50 \text{ kN/m}$$

2.3 Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis

Für die Lastkombination Eigengewicht + Schnee: Nkl. 1, KLED kurz

$$q_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k = 1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k$$

$$q_d = 1,35 \cdot 2,8 + 1,5 \cdot 4,5 = 10,53 \approx 10,5 \text{ kN/m}$$

2.4 Schubspannungsnachweis am Auflager

$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = 0,90 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$V_d = q_d \cdot \frac{l}{2} = 10,5 \cdot \frac{15,0}{2} = 78,8 \text{ kN}$$

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h} = \frac{1,5 \cdot 78,8 \cdot 10^3}{200 \cdot 380} = 1,55 \text{ N/mm}^2 < 1,73 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{Nachweis erbracht}$$

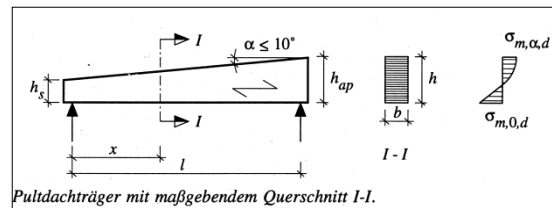
2.5 Biegespannungsnachweise

Ort der maximalen Biegespannung und Wert des Momentes an dieser Stelle (siehe Schneider/Wendehorst):

$$x = \frac{l}{1 + h_{ap}/h_s} = \frac{15.000}{1 + 1.692/380} = 2.751 \text{ mm}$$

$$h_x = 380 + 2.751 \cdot \tan 5^\circ = 621 \text{ mm}$$

$$M_{x,d} = 78,8 \cdot 2,751 - \frac{10,5 \cdot 2,751^2}{2} = 177 \text{ kNm}$$



$$f_{m,d} = \underbrace{k_h}_{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0} \cdot 0,90 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,62 \text{ N/mm}^2; \quad f_{c,90,d} = 0,90 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

Biegespannungsnachweis am Rand parallel zur Faserrichtung:

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h_x^2} = \frac{6 \cdot 177 \cdot 10^6}{200 \cdot 621^2} = 13,77 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} = \frac{13,77}{16,62} = 0,83 < 1$$

Biegespannungsnachweis am Rand schräg zur Faserrichtung:

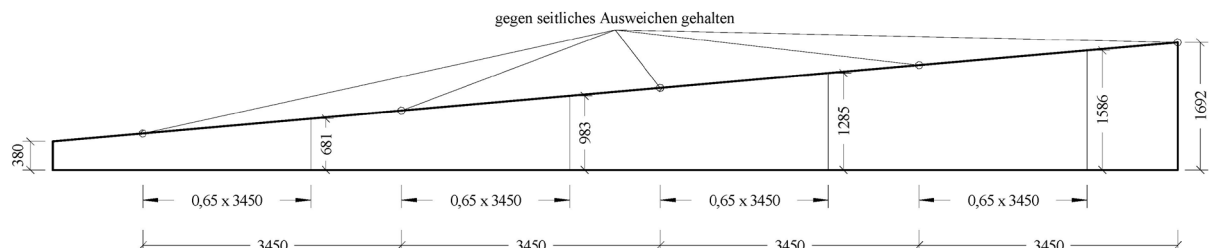
$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,0,d} = 13,77 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha,c} \cdot f_{m,d}} = \frac{13,77}{0,926 \cdot 16,62} = 0,89 < 1$$

2.6 Stabilitätsnachweis

Bei Stäben mit linear veränderlicher Querschnittshöhe dürfen die Querschnittswerte im Abstand der 0,65-fachen Stablänge vom Stabende mit dem kleineren Stabquerschnitt und der Größtwert des Biegemoments im Stab dem Nachweis zugrunde gelegt werden.

Bis zu welcher Querschnittshöhe ist der Kippnachweis nicht erforderlich?

$$\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2} < \left(\frac{0,75}{\kappa_m} \right)^2 = 198 \rightarrow h < 198 \cdot \frac{b^2}{l_{ef}} = 198 \cdot \frac{200^2}{3.450} = 2.300 \text{ mm}$$



In keinem Abschnitt wird ein Kippnachweis erforderlich.

2.7 Gebrauchstauglichkeitsnachweis

Anfangsverformung eines Pulldachträgers. Bei BSH-Trägern mit hohem Trägheitsmoment und gleichzeitig geringer Querschnittsfläche muss überprüft werden, ob die Schubverformung einen relevanten Beitrag zur Gesamtdurchbiegung leistet.

Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen überhöhten Träger

$$w_{\text{inst,G}} = \underbrace{w_{\text{M,inst}}}_{\text{Anteil aus Biegung}} + \underbrace{w_{\text{V,inst}}}_{\text{Anteil aus Schub}} = \frac{M_{\text{max}} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m + \frac{1,2 \cdot M_{\text{max}}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v$$

$$\frac{h_{\text{ap}}}{h_s} = \frac{1.692}{380} = 4,45 \rightarrow \begin{cases} k_m \approx 0,1 \\ k_v \approx 0,5 \end{cases}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{q_k \cdot l^2}{8} = \frac{2,8 \cdot 15.000^2}{8} = 78,75 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \quad (\text{Moment aus Eigengewicht})$$

$$I_s = \frac{200 \cdot 380^3}{12} = 914,5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad A_s = 200 \cdot 380 = 76 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{78,75 \cdot 10^6 \cdot (15 \cdot 10^3)^2}{9,6 \cdot 11,5 \cdot 10^3 \cdot 914,5 \cdot 10^6} \cdot 0,1 + \frac{1,2 \cdot 78,75 \cdot 10^6}{650 \cdot 76 \cdot 10^3} \cdot 0,5 = 17,6 + 1,9 \approx 19,5 \text{ mm}$$

Elastische Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung, berechnet über das Verhältnis von veränderlicher Last zu ständiger Last

$$\frac{q_{\text{veränderliche Last}}}{q_{\text{ständige Last}}} = \frac{4,5}{2,8} = 1,607 \rightarrow w_{\text{inst,Q,1}} = 1,607 \cdot 19,5 = 31,3 \text{ mm}$$

Durchbiegungsnachweis bei einer veränderlichen Einwirkung, NKL 1, Schnee- und Eislasten:

$$k_{\text{def}} = 0,6 \quad \psi_2 = 0,0$$

$$\text{Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile): } w_{\text{inst}} \leq \frac{l}{200}$$

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 19,5 + 31,3 = 51 \text{ mm} < \frac{15.000}{200} = 75 \text{ mm}$$

$$\text{Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen): } w_{\text{fin}} \leq \frac{l}{150}$$

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 51 + (19,5 + 0,0 \cdot 31,3) \cdot 0,6 = 63 \text{ mm} < \frac{15.000}{150} = 100 \text{ mm}$$

$$\text{Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung: } w_{\text{net,fin}} \leq \frac{l}{250}$$

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c$$

$$w_{\text{net,fin}} = (19,5 + 0,0 \cdot 31,3) \cdot (1 + 0,6) - 20 = 11 \text{ mm} < \frac{15.000}{250} = 60 \text{ mm}$$

3 Berechnung eines GL24h-Satteldachträgers mit geradem unteren Rand

Rechenwerte für die charakteristischen Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte für GL24h

$f_{m,k}$	$f_{t,0,k}$	$f_{t,90,k}$	$f_{c,0,k}$	$f_{c,90,k}$	$k_{cr} \cdot f_{v,k}$	$E_{0,mean}$	G_{mean}	ρ_k
24	19,2	0,50	24	2,5	2,5	11.500	650	385

3.1 Lastannahmen für das Dach und Belastung eines Satteldachträgers

Die Bemessung wird hier nur für die Hauptlasten auf das Dach durchgeführt. Aus Windlasten auf den Giebel bzw. die Seitenwände sowie aus Seitenlasten von Kippstabilisierungen der Binder entstehen zusätzliche Längskräfte in den Pultdachträgern, die zur Vereinfachung in dieser Lösung nicht berücksichtigt sind.

Lastannahmen für das Dach und Belastung eines Trägers

FZ-Wellplatten	$g_{Deckung} = 0,20 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Sparrenpfetten ($\square 100/160$: ca. $0,1 \text{ kN/m}$)	$g_{Pfetten} = 0,10 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Summe Eigengewicht	$g = 0,30 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Schneelast	$\bar{s} = 0,75 \text{ kN/m}^2$	Gfl.
Windlast (Sog)	$w_s = c_p \cdot q = -0,6 \cdot 0,5 = -0,30 \text{ kN/m}^2$	Dfl.

Für die Bemessung des Trägers ist die Lastkombination aus Eigengewicht und Schnee maßgeblich.

Abschätzung des Eigengewichtes des Satteldachträgers als konstante Streckenlast:

$$\text{mittlere Höhe } \frac{1,15+0,60}{2} = 0,875 \text{ m}$$

$$\text{Breite} = 0,20 \text{ m}$$

Masse und Gewicht pro Meter Trägerlänge:

$$g_{Träger} = 0,875 \cdot 0,2 \cdot \rho = 0,875 \cdot 0,2 \cdot \underbrace{5,0}_{\text{DIN 1055-1}} = 0,875 \approx 0,9 \text{ kN/m} \quad (\text{einschließlich VM})$$

3.2 Charakteristische Werte der Belastung

Ständige Last:

$$q_k = q_v = \frac{g}{\cos \alpha} \cdot a + g_{Träger} = \frac{0,30}{1,0} \cdot 6,0 + 0,9 = 2,7 \text{ kN/m}$$

Veränderliche Last:

$$q_k = q_v = \bar{s} \cdot a = 0,75 \cdot 6,0 = 4,50 \text{ kN/m}$$

3.3 Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis

Für die Lastkombination Eigengewicht + Schnee: Nkl. 1, KLED kurz

$$q_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k = 1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k$$

$$q_d = 1,35 \cdot 2,7 + 1,5 \cdot 4,5 = 10,395 \approx 10,4 \text{ kN/m}$$

3.4 Schubspannungsnachweis am Auflager

$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = 0,90 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$V_d = q_d \cdot \frac{l}{2} = 10,4 \cdot \frac{20,0}{2} = 104 \text{ kN}$$

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h} = \frac{1,5 \cdot 104 \cdot 10^3}{200 \cdot 600} = 1,30 \text{ N/mm}^2 < 1,73 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{Nachweis erbracht}$$

3.5 Biegespannungsnachweise

Ort der maximalen Biegespannung und Wert des Momentes an dieser Stelle

$$x = \frac{l \cdot h_s}{2 \cdot h_{ap}} = \frac{20.000 \cdot 600}{2 \cdot 1.150} = 5.217 \text{ mm}$$

$$h_x = 600 + 5.217 \cdot \tan 3,15^\circ = 887 \text{ mm}$$

$$M_{x,d} = 104 \cdot 5,217 - \frac{10,4 \cdot 5,217^2}{2} = 401 \text{ kNm}$$

Biegespannungsnachweis am Rand parallel zur Faserrichtung

$$f_{m,d} = \underbrace{k_h}_{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0} \cdot 0,90 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,62 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 401 \cdot 10^6}{200 \cdot 887^2} = 15,29 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} = \frac{15,29}{16,62} = 0,92 < 1$$

Biegespannungsnachweis am Rand schräg zur Faserrichtung

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,\alpha,d} = 15,29 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha,c} \cdot f_{m,d}} = \frac{15,29}{0,969 \cdot 16,62} = 0,95 < 1$$

Biegespannungsnachweis im Firstquerschnitt

$$M_{ap,d} = \frac{10,4 \cdot 20^2}{8} = 520 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{m,d} &= \left(1 + 1,4 \cdot \tan \alpha + 5,4 \cdot \tan^2 \alpha\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \\ &= \left(1 + 1,4 \cdot \tan 3,15^\circ + 5,4 \cdot \tan^2 3,15^\circ\right) \cdot \frac{6 \cdot 520 \cdot 10^6}{200 \cdot 1.150^2} = 12,90 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{12,90}{16,62} = 0,78 < 1$$

3.6 Querzugspannungsnachweis im Firstbereich

$$\sigma_{t,90,d} = 0,2 \cdot \tan \alpha \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 0,2 \cdot \tan 3,15^\circ \cdot \frac{6 \cdot 520 \cdot 10^6}{200 \cdot 1.150^2} = 0,130 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,90 \cdot \frac{0,50}{1,3} = 0,308 \text{ N/mm}^2$$

Verstärkung zur Aufnahme von Querkzugspannungen erforderlich?

$$V = h_{ap} \cdot (h_{ap} - 0,25 \cdot h_{ap} \cdot \tan \alpha) \cdot b = 1,150 \cdot (1,150 - 0,25 \cdot 1,150 \cdot \tan 3,15^\circ) \cdot 0,200 = 0,261 \text{ m}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,4 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,130}{1,4 \cdot (0,01/0,261)^{0,2} \cdot 0,308} = 0,58 < 1 \quad \text{keine Verstärkung erforderlich}$$

$0,729$

3.7 Stabilitätsnachweis

Bei Stäben mit linear veränderlicher Querschnittshöhe dürfen die Querschnittswerte im Abstand der 0,65-fachen Stablänge vom Stabende mit dem kleineren Stabquerschnitt und der Größtwert des Biegemoments im Stab dem Nachweis zugrunde gelegt werden.

Bis zu welcher Querschnittshöhe ist der Kippnachweis nicht erforderlich?

$$\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2} < 198 \rightarrow h < 198 \cdot \frac{b^2}{l_{ef}} = 198 \cdot \frac{200^2}{3.450} = 2.300 \text{ mm} > h_{ap}$$

In keinem Abschnitt wird ein Kippnachweis erforderlich.

3.8 Gebrauchstauglichkeitsnachweis

Anfangsverformung eines Satteldachträgers. Bei BSH-Trägern mit hohem Trägheitsmoment und gleichzeitig geringer Querschnittsfläche muss überprüft werden, ob die Schubverformung einen relevanten Beitrag zur Gesamtdurchbiegung leistet.

Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen überhöhten Träger

Elastische Anfangsverformung aus ständiger Einwirkung

$$M_{\max} = \frac{q_k \cdot l^2}{8} = \frac{2,7 \cdot 20.000^2}{8} = 135 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \quad (\text{Moment aus Eigengewicht})$$

$$I_s = \frac{200 \cdot 600^3}{12} = 3.600 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad A_s = 200 \cdot 600 = 120 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$k_m = \frac{(h_s/h_{ap})^3}{0,15 + 0,85 \cdot (h_s/h_{ap})} = \frac{(600/1.150)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (600/1.150)} = 0,239$$

$$k_v = \frac{2}{1 + (h_{ap}/h_s)^{2/3}} = \frac{2}{1 + (1.150/600)^{2/3}} = 0,786$$

$$w_{\text{inst,G}} = \underbrace{\frac{M_{\max} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m}_{\text{Anteil aus Biegung}} + \underbrace{\frac{1,2 \cdot M_{\max}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v}_{\text{Anteil aus Schub}}$$

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{135 \cdot 10^6 \cdot (20 \cdot 10^3)^2}{9,6 \cdot 11,5 \cdot 10^3 \cdot 3.600 \cdot 10^6} \cdot 0,239 + \frac{1,2 \cdot 135 \cdot 10^6}{650 \cdot 120 \cdot 10^3} \cdot 0,786 = 32,5 + 1,6 \approx 34 \text{ mm}$$

Elastische Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung

Das Verhältnis von veränderlicher Last zu ständiger Last beträgt:

$$\frac{q_{\text{veränderliche Last}}}{q_{\text{ständige Last}}} = \frac{4,5}{2,7} = 1,667$$

$$w_{Q,1,inst} = 1,667 \cdot 34 = 56,7 \text{ mm}$$

Durchbiegungsnachweis bei einer veränderlichen Einwirkung:

$$\text{Nkl 1} \rightarrow k_{def} = 0,6 \quad \text{Schnee- und Eislasten} \rightarrow \psi_2 = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{inst} = w_{inst,G} + w_{inst,Q,1} = 34,0 + 56,7 = 90,7 \text{ mm} < \frac{l}{200} = 100 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{fin} = w_{inst} + \left(w_{inst,G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right) \cdot k_{def} = 90,7 + (34,0 + 0,0 \cdot 56,7) \cdot 0,6 = 111 \text{ mm} < \frac{l}{150} = 133 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{net,fin} = \left(w_{inst,G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right) \cdot (1 + k_{def}) - w_c$$

$$w_{net,fin} = (34,0 + 0,0 \cdot 56,7) \cdot (1 + 0,6) - 50 = 4 \text{ mm} < \frac{l}{250} = 80 \text{ mm}$$

4 Berechnung eines gekrümmten GL28h-Trägers mit konstanter Trägerhöhe

- Bemessungswerte der Festigkeit

$$f_{m,d} = \underbrace{k_h}_{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0} \cdot 0,90 \cdot \frac{28}{1,3} = 19,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,90,d} = 0,90 \cdot \frac{0,50}{1,3} = 0,346 \text{ N/mm}^2 \quad k_{cr} \cdot f_{v,d} = 0,90 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

4.1 Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis

$$q_d = 1,35 \cdot q_{g,k} + 1,5 \cdot q_{p,k} = 1,35 \cdot 4,8 + 1,5 \cdot 12,4 = 25,08 \text{ kN/m}$$

$$M = \frac{25,08 \cdot 27^2}{8} = 2.285,4 \text{ kNm}$$

4.2 Spannungsnachweise am Auflager

Nachweis der Auflagerpressung, Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung $\alpha = 75^\circ$,
 $k_{c,90} = 1$ (sichere Seite)

$$\text{Auflagerkraft: } A_d = q_d \cdot \frac{l}{2} = 25,08 \cdot \frac{27,0}{2} = 338,6 \text{ kN}$$

$$f_{c,\alpha,d} = 1,125 \cdot 1,64 = 1,85$$

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{\frac{F_{c,\alpha,d}}{A_{ef}}}{f_{c,\alpha,d}} = \frac{\frac{338.600}{220 \cdot 2.500}}{1,85} = \frac{0,616}{1,85} = 0,33 < 1$$

Schubspannungsnachweis

$$\text{Querkraft: } V_d = A_d \cdot \cos 15^\circ = 338,6 \cdot \cos 15^\circ = 327,1 \text{ kN}$$

$$\frac{\tau_d}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot \frac{V_d}{A}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot \frac{327.100}{220 \cdot 1.900}}{1,73} = \frac{1,17}{1,73} = 0,68 < 1$$

4.3 Biegespannungsnachweise

Biegerandspannungen im Firstquerschnitt

$$k_{ap} = \frac{h_{ap}}{r} = \frac{1.900}{16.100} = 0,118$$

$$\sigma_{m,d} = \left(1 + 0,35 \cdot k_{ap} + 0,6 \cdot k_{ap}^2\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = \underbrace{\left(1 + 0,35 \cdot 0,118 + 0,6 \cdot 0,118^2\right)}_{1,050} \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot 2.285,4 \cdot 10^6}{220 \cdot 1.900^2}}_{17,27}$$

$$\sigma_{m,d} = 1,05 \cdot 17,27 = 18,1 \text{ N/mm}^2$$

$$r_{in} = r - \frac{h}{2} = 16.100 - 950 = 15.150 \text{ mm}$$

$$\frac{r_{in}}{t} = \frac{15.150}{50} = 303 > 240 \rightarrow k_r = 1$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{18,1}{1,0 \cdot 19,4} = 0,93 < 1$$

4.4 Stabilitätsnachweis

Max. Moment im nicht gekrümmten Bereich, am Rand zum gekrümmten Bereich, $x=9,33$ m

$$M = 0,5 \cdot q_d \cdot l \cdot x - 0,5 \cdot q_d \cdot x^2 = 0,5 \cdot 25,08 \cdot 27,0 \cdot 9,33 - 0,5 \cdot 25,08 \cdot 9,33^2 = 2.067,4 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{6 \cdot M}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 2.067,4 \cdot 10^6}{220 \cdot 1.900^2} = 15,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \kappa_m \cdot \sqrt{\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2}} = 0,0554 \cdot \sqrt{379} = 1,079 \rightarrow k_{crit} = 0,751$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} = \frac{15,6}{0,751 \cdot 19,4} = 1,07 > 1 \rightarrow \text{weitere Stabilisierung in der Mitte erforderlich}$$

$$\lambda_{rel,m} = \kappa_m \cdot \sqrt{\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2}} = 0,0554 \cdot \sqrt{189,7} = 0,763 \rightarrow k_{crit} = 0,988$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} = \frac{15,6}{0,988 \cdot 19,4} = 0,81 < 1 \rightarrow \text{eine Stabilisierung in der Mitte ist ausreichend}$$

4.5 Nachweis der Querkzugspannungen im Firstquerschnitt

$$\sigma_{t,90,d} = 0,25 \cdot k_{ap} \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 0,25 \cdot 0,118 \cdot 17,27 = 0,509 \text{ N/mm}^2$$

Verstärkung zur Aufnahme von Querkzugspannungen erforderlich?

$$V = \frac{2 \cdot 15}{360^\circ} \cdot \pi \cdot \left[\left(16,1 + \frac{1,9}{2} \right)^2 - \left(16,1 - \frac{1,9}{2} \right)^2 \right] \cdot 0,220 = 3,52 \text{ m}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,4 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,509}{\underbrace{1,4 \cdot (0,01/3,52)^{0,2} \cdot 0,312}_{0,433}} = 3,76 > 1 \quad \text{Verstärkung erforderlich}$$

Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querkzugspannungen ausreichend?

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,15 \cdot (h_0/h_{ap})^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \underbrace{\left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2}_0 = \frac{0,509}{1,15 \cdot (600/1.900)^{0,3} \cdot 0,346} = 1,81 > 1 \quad \text{nicht ausreichend}$$

Verstärkung: eingeklebte Betonrippenstähle, B500A/B, Länge 1.800 mm

Tragfähigkeit der Klebefuge bei wirksamer Einkleblänge $l_{ad} = 900$ mm

$$f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} = \frac{2 \cdot F_{t,90,d}}{\pi \cdot l_{ad} \cdot d_r} \leq 1 \rightarrow F_{t,90,d} \leq f_{k1,d} \cdot \frac{\pi \cdot l_{ad} \cdot d_r}{2} = 2,77 \cdot \frac{\pi \cdot 900}{2} \cdot d_r = 3.915 \cdot d_r \text{ [N]}$$

Vergleich der Tragfähigkeit der Betonrippenstähle nach Tabelle im Skript Holzbau III

	d_r	10	12	14	16
Tragfähigkeit Klebefuge [kN]	$3.915 \cdot d_r$	39,2	47,0	54,8	62,6
Tragfähigkeit Stahlstab [kN]	$N_{R,d}$	31,4	45,2	61,6	80,4

→ gewählt: Betonrippenstahl mit Durchmesser von 12 mm, einreihig: $n=1$

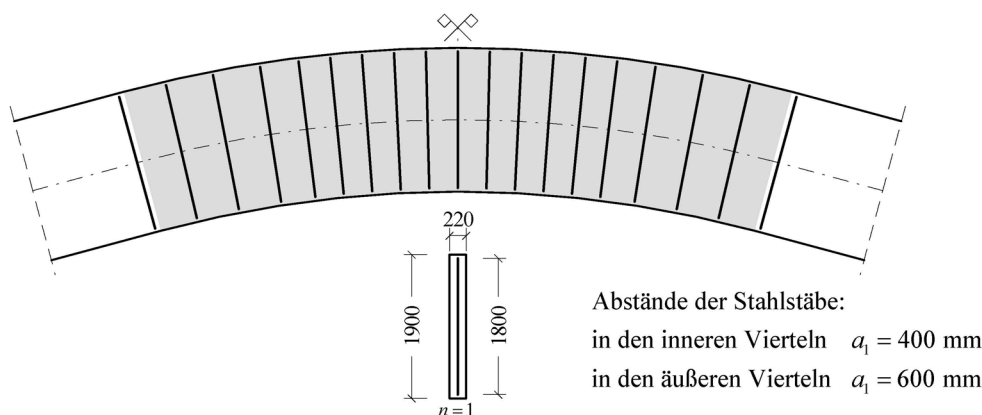
Erforderlicher Abstand der Verstärkungen in den beiden inneren Vierteln des querzugbelasteten Bereiches

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} \leq 45.200 \text{ N}$$

$$a_1 \leq 47.000 \cdot \frac{n}{\sigma_{t,90,d} \cdot b} = 45.200 \cdot \frac{1}{0,509 \cdot 220} = 404 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt } \approx 400 \text{ mm}$$

Erforderlicher Abstand der Verstärkungen in den beiden äußeren Vierteln des querzugbelasteten Bereiches

$$F_{t,90,d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} \rightarrow a_1 \leq \frac{3}{2} \cdot 404 = 606 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt } 600 \text{ mm}$$



Da im Firstquerschnitt die Querschnittsschwächung aus der Bohrung für den Betonrippenstahl in der Biegezugzone liegt, muss dies beim Spannungsnachweis berücksichtigt werden.

$$b_n = b - n \cdot d_r = 220 - 1 \cdot 12 = 208 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{m,d} = \left(1 + 0,35 \cdot k_{ap} + 0,6 \cdot k_{ap}^2\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b_n \cdot h_{ap}^2} = \underbrace{\left(1 + 0,35 \cdot 0,118 + 0,6 \cdot 0,118^2\right)}_{1,050} \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot 2.285,4 \cdot 10^6}{208 \cdot 1.900^2}}_{18,26}$$

$$\sigma_{m,d} = 1,05 \cdot 18,26 = 19,17 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{19,2}{1,0 \cdot 19,4} = 0,99 < 1$$

4.6 Gebrauchstauglichkeitsnachweis

$$I = b \cdot h^3 / 12 = 220 \cdot 1.900^3 / 12 = 1,257 \cdot 10^{11} \text{ mm}^4$$

Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen überhöhten Träger

Durchbiegung aus ständiger Last

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \cdot \frac{l_{\text{Träger}}}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{4,8 \cdot 27.000^4}{12.600 \cdot 1,257 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{27,80}{27}$$

$$w_{\text{inst,G}} = 21,0 \cdot 1,03 = 21,6 \text{ mm}$$

Durchbiegung aus veränderlicher Last

$$w_{\text{inst,Q,1}} = \frac{12,4}{4,8} \cdot 21,6 = 55,8 \text{ mm}$$

Durchbiegnachweis bei einer veränderlichen Einwirkung:

$$k_{\text{def}} = 0,6 \quad \psi_2 = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 21,6 + 55,8 = 77,4 \text{ mm} < \frac{27.000}{200} = 135 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 77,4 + (21,6 + 0,0 \cdot 55,8) \cdot 0,6 = 90,4 \text{ mm} < \frac{l}{150} = 180 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c$$

$$w_{\text{net,fin}} = (21,6 + 0,0 \cdot 55,8) \cdot (1 + 0,6) - 35 = 0 \text{ mm} < \frac{l}{250} = 108 \text{ mm}$$

5 Berechnung eines GL24h-Satteldachträgers mit gekrümmtem unteren Rand in den Varianten lose aufgesattelter / fester Firstkeil

5.1 Lastannahmen für das Dach und Belastung eines Satteldachträgers

Lastannahmen wie Beispiel Gelenkträger und Koppelträger.

Rechenwerte für die charakteristischen Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte für GL24h aus DIN 1052:2004, Anhang F

$f_{m,k}$	$f_{t,0,k}$	$f_{t,90,k}$	$f_{c,0,k}$	$f_{c,90,k}$	$k_{cr} \cdot f_{v,k}$	$E_{0,mean}$	G_{mean}	ρ_k
24	19,2	0,50	24	2,5	2,5	11.500	650	385

5.2 Charakteristische Werte der Belastung

Die Bemessung wird hier nur für die Hauptlasten auf das Dach durchgeführt. Aus Windlasten auf den Giebel bzw. die Seitenwände sowie aus Seitenlasten von Kippstabilisierungen der Satteldachträger entstehen zusätzliche Längskräfte in den Pultdachträgern, die zur Vereinfachung in dieser Lösung nicht berücksichtigt sind.

Als Dacheindeckung werden Faserzementwellplatten gewählt. Das Dach ist ohne Wärmeisolierung ausgeführt.

Lastannahmen (wie Beispiel Gelenkträger und Koppelträger):

FZ-Wellplatten	$g_{Deckung} = 0,20 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Sparrenpfetten ($\square 100/160$: ca. 0,1 kN/m)	$g_{Pfetten} = 0,10 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Summe Eigengewicht	$g = 0,30 \text{ kN/m}^2$	Dfl.
Schneelast	$\bar{s} = 0,68 \text{ kN/m}^2$	Gfl.
Windlast (Sog)	$w_s = c_p \cdot q = -0,6 \cdot 0,5 = -0,30 \text{ kN/m}^2$	Dfl.

Für die Bemessung ist die Lastkombination aus Eigengewicht und Schnee maßgeblich.

Abschätzung des Eigengewichtes des Satteldachträgers als konstante Streckenlast:

$$\text{mittlere Höhe} \approx \frac{0,60 + 1,579}{2} \approx 1,10 \text{ m}$$

$$\text{Breite} = 0,20 \text{ m}$$

Masse und Gewicht pro Meter Trägerlänge:

$$m_{\text{Träger}} \approx 1,10 \cdot 0,2 \cdot \rho_{g,k} = 1,10 \cdot 0,2 \cdot 500 = 110 \text{ kg/m}$$

$$g_{\text{Träger}} = 1,1 \text{ kN/m}$$

Ständige Last:

$$q_k = q_v = \frac{g}{\cos \alpha} \cdot a + g_{\text{Träger}} = \frac{0,30}{\cos 11,8^\circ} \cdot 6,0 + 1,1 = 2,94 \approx 3,0 \text{ kN/m}$$

Veränderliche Last:

$$q_k = q_v = \bar{s} \cdot a = 0,68 \cdot 6,0 = 4,08 \text{ kN/m}$$

5.3 Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis

Für die Lastkombination Eigengewicht + Schnee: Nkl. 1, KLED kurz

$$q_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k = 1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k$$

$$q_d = 1,35 \cdot 3,0 + 1,5 \cdot 4,08 = 10,17 \approx 10,2 \text{ kN/m}$$

5.4 Schubspannungsnachweis am Auflager:

$$\text{Auflagerkraft: } A_d = q_d \cdot \frac{l}{2} = 10,2 \cdot \frac{20,0}{2} = 102 \text{ kN}$$

$$\text{Querkraft: } V_d = A_d \cdot \cos 8^\circ = 102,0 \cdot \cos 8^\circ = 101,0 \text{ kN}$$

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,90 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot \frac{V_d}{A}}{f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot \frac{102.000 \cdot \cos 8^\circ}{200 \cdot 600 \cdot \cos 8^\circ}}{1,73} = \frac{1,275}{1,73} = 0,74 < 1$$

5.5 Biegespannungsnachweise im nicht gekrümmten Bereich analog einem Satteldachträger mit geradem Untergurt

Die Bemessung erfolgt für diesen Trägertyp nach folgenden Regeln: im nicht gekrümmten Bereich wird die Bemessung analog einem Satteldachträger mit geradem Untergurt durchgeführt, im gekrümmten Bereich wird nach den Regeln für gekrümmte Träger verfahren.

$$M_{\text{ap,d}} = \frac{10,2 \cdot 20^2}{8} = 510 \text{ kNm}$$

$$f_{m,d} = \underset{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0}{k_h} \cdot 0,90 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2; f_{c,90,d} = 0,90 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha = \delta - \beta = 11,8^\circ - 8^\circ = 3,8^\circ$$

Ort der maximalen Biegespannung und Werte für den Nachweis (im nicht gekrümmten Bereich analog Satteldachträger mit geradem Untergurt):

$$h_1 = h_s + \frac{l}{2} (\tan \delta - \tan \beta) = 600 + \frac{20.000}{2} \cdot (\tan 11,8^\circ - \tan 8^\circ) = 1.284 \text{ mm}$$

$$x = \frac{l \cdot h_s}{2 \cdot h_1} = \frac{20.000 \cdot 600}{2 \cdot 1.284} = 4.674 \text{ mm}$$

$$h'_x = h_s + x \cdot (\tan \delta - \tan \beta) = 600 + 4.674 \cdot (\tan 11,8^\circ - \tan 8^\circ) = 919,6 \text{ mm}$$

$$h_x = \frac{h'_x}{2} \cdot \left(\frac{\cos \delta}{\cos \alpha} + \cos \beta \right) = \frac{919,6}{2} \cdot \left(\frac{\cos 11,8^\circ}{\cos 3,8^\circ} + \cos 8^\circ \right) = 906,4 \approx 906 \text{ mm}$$

$$M_{x,d} = 102 \cdot 4,674 - \frac{10,2 \cdot 4,674^2}{2} = 365,3 \text{ kNm}$$

Biegespannungsnachweis am Rand parallel zur Faserrichtung

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h_x^2} = \frac{6 \cdot 365,3 \cdot 10^6}{200 \cdot 906^2} = 13,35 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} = \frac{13,35}{16,6} = 0,80 < 1$$

Biegespannungsnachweis am Rand schräg zur Faserrichtung

Der Rand schräg zur Faserrichtung liegt im Biegedruckbereich.

$$k_{m,\alpha,c} = 0,956 \quad (\text{Interpolation für } \alpha = 3,8^\circ)$$

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,0,d} = 13,35 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha,c} \cdot f_{m,d}} = \frac{13,35}{0,956 \cdot 16,6} = 0,84 < 1$$

5.6 Biegespannungsnachweis im gekrümmten Bereich am First bei lose aufgesatteltem Firstkeil

$$\text{Lamellendicke: } t = 30 \text{ mm} \quad \frac{r_{in}}{t} = \frac{30.000}{30} = 1.000 > 240 \rightarrow k_r = 1$$

$$k_{ap} = \frac{h_{ap}}{r} = \frac{983}{30.000 + \frac{983}{2}} = 0,0322$$

$$\begin{aligned} \sigma_{m,d} &= \left(1 + 0,35 \cdot k_{ap} + 0,6 \cdot k_{ap}^2\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap,d}^2} \\ &= \left(1 + 0,35 \cdot 0,0322 + 0,6 \cdot 0,0322^2\right) \cdot \frac{6 \cdot 515 \cdot 10^6}{\underbrace{200 \cdot 983^2}_{15,83}} = 16,02 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{16,02}{1 \cdot 16,6} = 0,96 < 1$$

5.7 Querzugspannungsnachweis im Firstbereich bei lose aufgesatteltem Firstkeil

Nachweisführung wie gekrümmte Träger!

$$f_{t,90,d} = 0,90 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,346 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,90,d} = 0,25 \cdot k_{ap} \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 0,25 \cdot 0,0322 \cdot 15,83 = 0,127 \text{ N/mm}^2$$

Verstärkung zur Aufnahme von Querzugspannungen erforderlich?

$$V = \frac{2 \cdot 8^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot \left[(30,983)^2 - (30,0)^2 \right] \cdot 0,200 = 1,67 \text{ m}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,4 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,127}{1,4 \cdot (0,01/1,67)^{0,2} \cdot 0,346} = 0,73 < 1 \quad \text{keine Verstärkung erforderlich}$$

5.8 Stabilitätsnachweis

Im gekrümmten Bereich muss der Träger ausreichend gegen seitliches Ausweichen gesichert sein. Bei einem Abstand der Sparrenpfetten von 1,15 m werden Verbände über drei Felder angeordnet.

$$\frac{l_{ef} \cdot h_{ap}}{b^2} = \frac{3.450 \cdot 983}{200^2} = 84,8 < 198 \rightarrow k_{crit} = 1 \quad \text{Kippnachweis nicht maßgeblich}$$

5.9 Gebrauchstauglichkeitsnachweis

Da für diese gemischte Trägerform keine Durchbiegungswerte vorliegen, wird ersatzweise mit den Werten für einen Satteldachträger mit gerader Unterkante gerechnet. Als Querschnittshöhe im First wird die vorhandene Querschnittshöhe $h_{ap} = 983 \text{ mm}$ angesetzt. Diese Trägergeometrie weist geringere Querschnittshöhen als der vorhandene Träger auf und liegt daher für die Abschätzung der Verformungen auf der sicheren Seite. Verformungen aus Schub werden dafür vernachlässigt.

Elastische Anfangsverformung aus ständiger Einwirkung

$$I_s = \frac{200 \cdot 600^3}{12} = 3,60 \cdot 10^9 \text{ mm}^4 \quad A = 200 \cdot 600 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

$$M_{\max} = \frac{3,0 \cdot 20.000^2}{8} = 1,50 \cdot 10^8 \text{ Nmm}$$

$$k_m = \frac{(h_s/h_1)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (h_s/h_1)} = \frac{(600/983)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (600/983)} = 0,340$$

$$k_v = \frac{2}{1 + (h_1/h_s)^{2/3}} = \frac{2}{1 + (983/600)^{2/3}} = 0,837$$

$$w_{G,\text{inst}} = \frac{M_{\max} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m + \frac{1,2 \cdot M_{\max}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v = \underbrace{\frac{1,5 \cdot 10^8 \cdot 20.000^2}{9,6 \cdot 11.500 \cdot 3,6 \cdot 10^9} \cdot 0,340}_{50,9} + \underbrace{\frac{1,2 \cdot 1,5 \cdot 10^8}{650 \cdot 1,2 \cdot 10^5} \cdot 0,837}_{2,1}$$

$$w_{\text{inst,G}} = 53 \text{ mm}$$

Elastische Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung (Schnee)

Das Verhältnis von veränderlicher Last zu ständiger Last beträgt:

$$\frac{q_{\text{veränderliche Last}}}{q_{\text{ständige Last}}} = \frac{4,08}{3,0} = 1,36 \rightarrow w_{\text{inst,Q,1}} = 1,36 \cdot 53 = 72 \text{ mm}$$

Durchbiegungsnachweis bei einer veränderlichen Einwirkung:

$$k_{\text{def}} = 0,6 \quad \psi_2 = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 53 + 72 = 125 \text{ mm} > \frac{l}{200} = 100 \text{ mm} \rightarrow \text{größer als empfohlener Wert}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}}$$

$$w_{\text{fin}} = 125 + (53 + 0,0 \cdot 72) \cdot 0,6 = 157 \text{ mm} > \frac{l}{150} = 133 \text{ mm} \rightarrow \text{größer als empfohlener Wert}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c$$

$$w_{\text{net,fin}} = (53 + 0,0 \cdot 72) \cdot (1 + 0,6) - 50 = 35 \text{ mm} < \frac{l}{250} = 80 \text{ mm}$$

Hinweis:

bei der Ausbildung der Auflager muss beachtet werden, dass infolge der Durchbiegung horizontale Verschiebungen entstehen!

5.10 Biegespannungsnachweis im gekrümmten Bereich am First bei festem Firstkeil

Der zuvor berechnete Satteldachträger soll alternativ mit festem Firstkeil nachgewiesen werden.

$$\text{Lamellendicke: } t = 30 \text{ mm} \quad \frac{r_{\text{in}}}{t} = \frac{30.000}{30} = 1.000 > 240 \rightarrow k_r = 1$$

$$k_{\text{ap}} = \frac{h_{\text{ap}}}{r} = \frac{h_{\text{ap}}}{r_{\text{in}} + \frac{h_{\text{ap}}}{2}} = \frac{1.579}{30.000 + \frac{1.579}{2}} = 0,051$$

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \tan \delta + 5,4 \cdot \tan^2 \delta = 1 + 1,4 \cdot \tan 11,8^\circ + 5,4 \cdot \tan^2 11,8^\circ = 1,528$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \cdot \tan \delta = 0,35 - 8 \cdot \tan 11,8^\circ = -1,321$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \tan \delta - 7,8 \cdot \tan^2 \delta = 0,6 + 8,3 \cdot \tan 11,8^\circ - 7,8 \cdot \tan^2 11,8^\circ = 1,994$$

$$k_4 = 6 \cdot \tan^2 \delta = 6 \cdot \tan^2 11,8^\circ = 0,262$$

$$k_l = k_1 + k_2 \cdot k_{\text{ap}} + k_3 \cdot k_{\text{ap}}^2 + k_4 \cdot k_{\text{ap}}^3 = 1,528 - 1,321 \cdot 0,051 + 1,994 \cdot 0,051^2 + 0,262 \cdot 0,051^3 = 1,466$$

$$\sigma_{\text{m,d}} = k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{\text{ap,d}}}{b \cdot h_{\text{ap,d}}^2} = 1,466 \cdot \frac{6 \cdot 510 \cdot 10^6}{200 \cdot 1.579^2} = 9,00 \text{ N/mm}^2$$

6,137

$$\frac{\sigma_{\text{m,d}}}{k_r \cdot f_{\text{m,d}}} = \frac{9,00}{1 \cdot 16,6} = 0,54 < 1$$

5.11 Querzugspannungsnachweis im Firstbereich bei festem Firstkeil

$$k_5 = 0,2 \cdot \tan \delta = 0,2 \cdot \tan 11,8^\circ = 0,042$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \tan \delta + 2,6 \cdot \tan^2 \delta = 0,25 - 1,5 \cdot \tan 11,8^\circ + 2,6 \cdot \tan^2 11,8^\circ = 0,050$$

$$k_7 = 2,1 \cdot \tan \delta - 4 \cdot \tan^2 \delta = 2,1 \cdot \tan 11,8^\circ - 4 \cdot \tan^2 11,8^\circ = 0,264$$

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot k_{\text{ap}} + k_7 \cdot k_{\text{ap}}^2 = 0,042 + 0,050 \cdot 0,051 + 0,264 \cdot 0,051^2 = 0,045$$

$$\sigma_{\text{t,90,d}} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{\text{ap,d}}}{b \cdot h_{\text{ap}}^2} = 0,045 \cdot 6,137 = 0,276 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{\text{t,90,d}}}{k_{\text{dis}} \cdot (h_0/h_{\text{ap}})^{0,3} \cdot f_{\text{t,90,d}}} + \underbrace{\left(\frac{\tau_d}{f_{\text{v,d}}} \right)^2}_{=0} = \frac{0,276}{1,3 \cdot (600/1.579)^{0,3} \cdot 0,346} = 0,81 < 1$$

Verstärkung zur Aufnahme von Querzugspannungen erforderlich?

$$V = 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (r_{\text{in}} + h_{\text{ap}})^2 \cdot \frac{\sin \beta}{\sin(90^\circ + \alpha)} \cdot \sin(90^\circ - \delta) - \frac{\beta}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r_{\text{in}}^2 \right] \cdot b$$

$$V = 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 31,579^2 \cdot \frac{\sin 8^\circ}{\sin(90^\circ + 3,8^\circ)} \cdot \sin(90^\circ - 11,8^\circ) - \frac{8^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 30^2 \right] \cdot 0,200 = 2,10 \text{ m}^3$$

$$\frac{\sigma_{\text{t,90,d}}}{1,7 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{\text{t,90,d}}} + \frac{\tau_d}{f_{\text{v,d}}} = \frac{0,276}{1,7 \cdot (0,01/2,10)^{0,2} \cdot 0,346} = 1,37 > 1$$

Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querkzugspannungen ist ausreichend?

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,3 \cdot (h_0/h_{ap})^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2 = \frac{0,276}{1,3 \cdot (600/1.579)^{0,3} \cdot 0,346} = 0,82 < 1 \quad \text{ausreichend}$$

5.12 Verstärkung mit eingeklebten Stahlstäben

Länge des durch Querkzug beanspruchten Bereichs: Bogenlänge der Mittelachse im gekrümmten Bereich:

$$l = 2 \cdot \hat{\beta} \cdot r_{\text{mittel}} = 2 \cdot \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 8^\circ \cdot \left(30.000 + \frac{983}{2} \right) = 2 \cdot 0,1396 \cdot 30.492 = 8.514 \text{ mm}$$

→ gewählt: 8 eingeklebte Stahlstäbe M12,

$$\text{Abstand untereinander } a_1 = \frac{8.514}{7} \approx 1.216 \text{ mm}$$

Stablängen: jeweils Trägerhöhe minus Dicke der Decklamelle ($t = 30 \text{ mm}$)

Abstand der Verstärkung im empfohlenen Bereich?

$$250 \leq a_1 \leq 0,75 \cdot h_{ap} \rightarrow 250 \leq 1.216 > 1.184 = 0,75 \cdot 1.579 \rightarrow \text{gewählt } 1.150 \text{ mm}$$

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b^2 \cdot a_1}{640 \cdot n} = \frac{0,276 \cdot 200^2 \cdot 1.150}{640 \cdot 1} = 19.838 \text{ N} = 19,8 \text{ kN}$$

Die maximal von der Klebfuge aufnehmbare Zugkraft

$$f_{k1,d} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t,90,Rd} = 0,5 \cdot f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} = 0,5 \cdot 2,77 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 460 = 24.018 \text{ N}$$

Tragfähigkeit der Gewindestange $N_{R,d} = 21,6 \text{ kN} \rightarrow$ maßgeblich

Tragfähigkeit der Verstärkung durch eingeklebte Gewindestangen ist ausreichend

5.13 Stabilitätsnachweis bei festem Firstkeil

Wie beim Träger mit lose aufgelegtem Firstkeil.

5.14 Gebrauchstauglichkeitsnachweis bei festem Firstkeil

Für diese gemischte Trägerform keine Durchbiegungswerte liegen vor, ersatzweise wird mit den Werten für einen Satteldachträger mit gerader Unterkante gerechnet. Als Firsthöhe wird eine rechnerische Querschnittshöhe von $h_1 = 1.284 \text{ mm}$ angesetzt. Verformungen aus Schub werden vernachlässigt.

Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen überhöhten Träger

Elastische Anfangsverformung aus ständiger Einwirkung $w_{G,inst}$ (Eigengewicht)

$$k_m = \frac{(h_s/h_1)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (h_s/h_1)} = \frac{(600/1.284)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (600/1.284)} = 0,186$$

$$k_v = \frac{2}{1 + (h_1/h_s)^{2/3}} = \frac{2}{1 + (1.284/600)^{2/3}} = 0,752$$

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{M_{\text{max}} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m + \frac{1,2 \cdot M_{\text{max}}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v = \underbrace{\frac{1,5 \cdot 10^8 \cdot 20.000^2}{9,6 \cdot 11.500 \cdot 3,6 \cdot 10^9} \cdot 0,186}_{27,8} + \underbrace{\frac{1,2 \cdot 1,5 \cdot 10^8}{650 \cdot 1,2 \cdot 10^5} \cdot 0,752}_{1,6}$$

$$w_{\text{inst,G}} = 29,8 \text{ mm}$$

Elastische Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung $w_{Q,1,\text{inst}}$ (Schnee):

$$\frac{q_{\text{veränderliche Last}}}{q_{\text{ständige Last}}} = \frac{4,08}{3,0} = 1,36 \rightarrow w_{Q,1,\text{inst}} = 1,36 \cdot 29,8 = 40,5 \text{ mm}$$

Durchbiegungsnachweis bei einer veränderlichen Einwirkung, gewählte Überhöhung 30 mm:

$$k_{\text{def}} = 0,6 \quad \psi_2 = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 29,8 + 40,5 = 70,3 \text{ mm} < \frac{20.000}{200} = 100 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 70,3 + (29,8 + 0,0 \cdot 40,5) \cdot 0,6 = 88 \text{ mm} < \frac{20.000}{150} = 133 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c$$

$$w_{\text{net,fin}} = (29,8 + 0,0 \cdot 40,5) \cdot (1 + 0,6) - 50 = -2 \text{ mm} < \frac{20.000}{250} = 80 \text{ mm}$$

Hinweis:

bei der Ausbildung der Auflager muss beachtet werden, dass infolge der Durchbiegung horizontale Verschiebungen entstehen!

6 Bemessung einer C24-Sparrenpfette als Gelenkträger

6.1 Charakteristische Werte der Belastung

Berechnung der achsparallelen Anteile der Linienlasten auf eine Sparrenpfette:

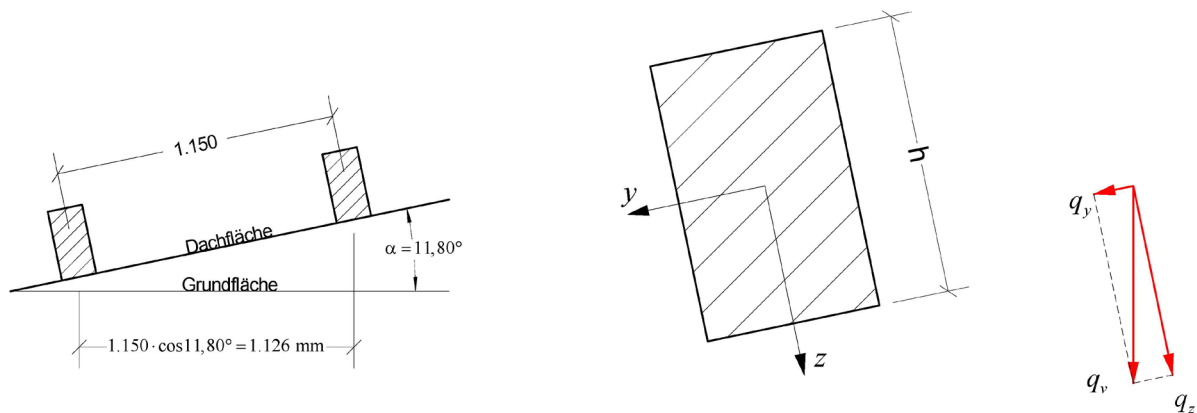


Abb. 6-1 Achsabstände in Dach- und Grundfläche

Ständige Last:

$$G_k = \frac{g}{\cos \alpha} \cdot (1,15 \cdot \cos \alpha) = 0,306 \cdot 1,126 = 0,345 \text{ kN/m}$$

$$G_{y,k} = G_k \cdot \sin \alpha = 0,345 \cdot 0,204 = 0,071 \text{ kN/m}$$

$$G_{z,k} = G_k \cdot \cos \alpha = 0,345 \cdot 0,979 = 0,338 \text{ kN/m}$$

Veränderliche Last (Schnee):

$$Q_{k,l} = s_i \cdot (1,15 \cdot \cos \alpha) = 0,68 \cdot 1,126 = 0,766 \text{ kN/m}$$

$$Q_{y,k,l} = Q_{k,l} \cdot \sin \alpha = 0,766 \cdot 0,204 = 0,157 \text{ kN/m}$$

$$Q_{z,k,l} = Q_{k,l} \cdot \cos \alpha = 0,766 \cdot 0,979 = 0,749 \text{ kN/m}$$

6.2 Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis

Für den Standsicherheitsnachweis der Sparrenpfetten ist die Lastkombination aus Eigengewicht und Schnee maßgeblich.

$$q_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_{Q,1} \cdot Q_k = 1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k$$

$$q_d = 1,35 \cdot 0,345 + 1,5 \cdot 0,766 = 1,615 \text{ kN/m}$$

$$q_{y,d} = q_d \cdot \sin \alpha = 1,615 \cdot 0,204 = 0,330 \text{ kN/m}$$

$$q_{z,d} = q_d \cdot \cos \alpha = 1,615 \cdot 0,979 = 1,581 \text{ kN/m}$$

6.3 Standsicherheitsnachweis der Sparrenpfette als Gelenkträger

Gewählte Gelenkanordnung mit

$$e = 0,1465 \cdot l = 0,1465 \cdot 6,00 = 0,88 \text{ m}$$

Max. Biegemoment Endfelder:

$$M_{1,y,d} = 0,0957 \cdot q_{z,d} \cdot l^2 = 0,0957 \cdot 1,581 \cdot 6^2 = 5,446 \text{ kNm}$$

$$M_{1,z,d} = 0,0957 \cdot q_{y,d} \cdot l^2 = 0,0957 \cdot 0,330 \cdot 6^2 = 1,137 \text{ kNm}$$

Max. Biegemoment Innenfelder und Stützmomente:

$$M_{2,y,d} = M_{St} = 0,0625 \cdot q_{z,d} \cdot l^2 = 0,0625 \cdot 1,581 \cdot 6^2 = 3,557 \text{ kNm}$$

$$M_{2,z,d} = M_{St} = 0,0625 \cdot q_{y,d} \cdot l^2 = 0,0625 \cdot 0,330 \cdot 6^2 = 0,743 \text{ kNm}$$

Spannungsnachweis (zweiachsig Biegung ohne Normalkraft) Endfelder, Rechteckquerschnitt 140/160, NH C24.

$$\text{NKL 1, KLED kurz: } k_{\text{mod}} = 0,90 \quad f_{m,d} = 0,90 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$W_y = 597 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad I_y = 4.779 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$W_z = 523 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad I_z = 3.659 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_{\text{red}} \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{und} \quad k_{\text{red}} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad k_{\text{red}} = 0,7 \text{ (Rechteckquerschnitt)}$$

$$\underbrace{\frac{5,446 \cdot 10^6}{597 \cdot 10^3}}_{0,550} + 0,7 \cdot \underbrace{\frac{1,137 \cdot 10^6}{523 \cdot 10^3}}_{0,131} = 0,550 + 0,7 \cdot 0,131 = 0,64 \leq 1$$

Spannungsnachweis (zweiachsig Biegung ohne Normalkraft) Innenfelder, Querschnitt 100/160, NH C24:

$$W_y = 427 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad I_y = 3.413 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$W_z = 267 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad I_z = 1.333 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\underbrace{\frac{3,557 \cdot 10^6}{427 \cdot 10^3}}_{0,502} + 0,7 \cdot \underbrace{\frac{0,743 \cdot 10^6}{267 \cdot 10^3}}_{0,168} = 0,502 + 0,7 \cdot 0,168 = 0,62 \leq 1$$

6.4 Abhebenachweis

Der Nachweis wird hier exemplarisch nicht für den Rand- und Eckbereich geführt (da dort die größten Windsogspitzen auftreten werden weitere Abhebesicherungen notwendig), sondern für den Normalbereich.

Da die Windlasten auch im Normalbereich etwa so groß sind wie die Eigengewichte, besteht keine ausreichende Sicherheit gegenüber Abheben. Es ist daher eine Abhebesicherung der Sparrenpfetten jeweils an ihrem Auflagerpunkt auf dem Binder notwendig.

Beim Standsicherheitsnachweis von Bauteilen zur Sicherung gegen Abheben muss berücksichtigt werden, dass das Eigengewicht der Dacheindeckung und der Unterkonstruktion günstig wirkt. Der Teilsicherheitsbeiwert für das Eigengewicht wird daher mit $\gamma_G = 1,0$ angesetzt.

$$E_d = \gamma_G \cdot G_{k,\text{Dach}} + 1,5 \cdot Q_{k,1} = -1,0 \cdot G_{k,\text{Dach}} + 1,5 \cdot Q_{k,1}$$

E_d Einwirkung auf das Bauteil zur Sicherung gegen Abheben (z.B. Ankerzug)

$G_{k,\text{Dach}}$ Einwirkung aus Eigengewicht der Dacheindeckung einschl. der Unterkonstruktion

$Q_{k,1}$ Einwirkung aus abhebenden Windlasten

Charakteristischer Wert der Auflagerkraft aus ständiger Last:

$$B_{z,k} = B \cdot q_{z,k} \cdot l = 1,063 \cdot 0,338 \cdot 6,0 = 2,16 \text{ kN}$$

$$B_{y,k} = B \cdot q_{y,k} \cdot l = 1,063 \cdot 0,071 \cdot 6,0 = 0,45 \text{ kN}$$

Charakteristischer Wert der Auflagerkraft aus Wind:

$$q_{z,k} = w \cdot b = 0,30 \cdot 1,15 = 0,345 \text{ kN/m} \quad \rightarrow B_{z,k} = 1,063 \cdot 0,345 \cdot 6,0 = 2,20 \text{ kN}$$

$$q_{y,k} = 0,0 \text{ kN/m} \quad \rightarrow B_{y,k} = 0,0$$

Bemessungswert der maximalen abhebenden Auflagerkraft:

$$B_{z,d} = -1,0 \cdot 2,16 + 1,5 \cdot 2,20 = 1,14 \text{ kN}$$

$$B_{y,d} = -1,0 \cdot 0,45 = -0,45 \text{ kN}$$

Gewählte Befestigung: *Sparrenpfettenanker* z.B. Bilo Bierbach:

Tragfähigkeit: $R_d \approx 4 \text{ kN}$ (genauere Unterlagen erforderlich)

Kräfte in y-Richtung werden konstruktiv über Metallknagge aufgenommen.

6.5 Gebrauchstauglichkeitsnachweis der Sparrenpfette nach DIN 1052:2004-08

Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen nicht überhöhten Träger

- Durchbiegungsnachweis Endfelder:

Elastische Anfangsverformung aus ständiger Einwirkung (Eigengewicht)

$$\left. \begin{aligned} w_{\text{inst,G,y}} &= 0,0091 \cdot \frac{q_{y,k} \cdot l^4}{E \cdot I_z} = 0,0091 \cdot \frac{0,071 \cdot 6.000^4}{1,1 \cdot 10^4 \cdot 3.659 \cdot 10^4} = 2,08 \text{ mm} \\ w_{\text{inst,G,z}} &= 0,0091 \cdot \frac{q_{z,k} \cdot l^4}{E \cdot I_y} = 0,0091 \cdot \frac{0,338 \cdot 6.000^4}{1,1 \cdot 10^4 \cdot 4.779 \cdot 10^4} = 7,58 \text{ mm} \end{aligned} \right\} w_{\text{inst,G}} = \sqrt{2,08^2 + 7,58^2} = 7,9 \text{ mm}$$

Das Verhältnis von veränderlicher Last zu ständiger Last beträgt:

$$\frac{q_{v,\text{veränderliche Last}}}{q_{v,\text{ständige Last}}} = \frac{0,766 \text{ kN/m}}{0,345 \text{ kN/m}} = 2,22$$

Elastische Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung (Schnee)

$$w_{\text{inst,Q,1}} = 2,22 \cdot 7,9 = 17,5 \text{ mm}$$

Durchbiegungsnachweis bei einer veränderlichen Einwirkung:

$$k_{\text{def}} = 0,6 \quad \psi_2 = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 7,9 + 17,5 = 25,4 \text{ mm} > \frac{6.000}{300} = 20 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 25,4 + (7,9 + 0,0 \cdot 17,5) \cdot 0,6 = 30,1 \text{ mm} \approx \frac{6.000}{200} = 30 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_{\text{c}}$$

$$w_{\text{net,fin}} = (7,9 + 0,0 \cdot 17,5) \cdot (1 + 0,6) - 0 = 13 \text{ mm} < \frac{6.000}{300} = 20 \text{ mm}$$

Die Durchbiegungen überschreiten die vorgeschlagenen Grenzwerte.

- Durchbiegungsnachweis Innenfelder:

Elastische Anfangsverformung aus ständiger Einwirkung (Eigengewicht)

$$\left. \begin{aligned} w_{\text{inst,G,y}} &= 0,0052 \cdot \frac{q_{y,k} \cdot l^4}{E \cdot I_z} = 0,0052 \cdot \frac{0,071 \cdot 6.000^4}{1,1 \cdot 10^4 \cdot 1.333 \cdot 10^4} = 3,26 \text{ mm} \\ w_{\text{inst,G,z}} &= 0,0052 \cdot \frac{q_{z,k} \cdot l^4}{E \cdot I_y} = 0,0052 \cdot \frac{0,338 \cdot 6.000^4}{1,1 \cdot 10^4 \cdot 3.413 \cdot 10^4} = 6,07 \text{ mm} \end{aligned} \right\} w_{\text{inst,G}} = \sqrt{3,26^2 + 6,07^2} = 6,9 \text{ mm}$$

Elastische Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung (Schnee)

$$w_{\text{inst,Q,1}} = 2,22 \cdot 6,9 = 15,3 \text{ mm}$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 6,9 + 15,3 = 22,2 \text{ mm} > \frac{l}{300} = 20 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 22,2 + (6,9 + 0,0 \cdot 15,3) \cdot 0,6 = 26,3 \text{ mm} < \frac{l}{200} = 30 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

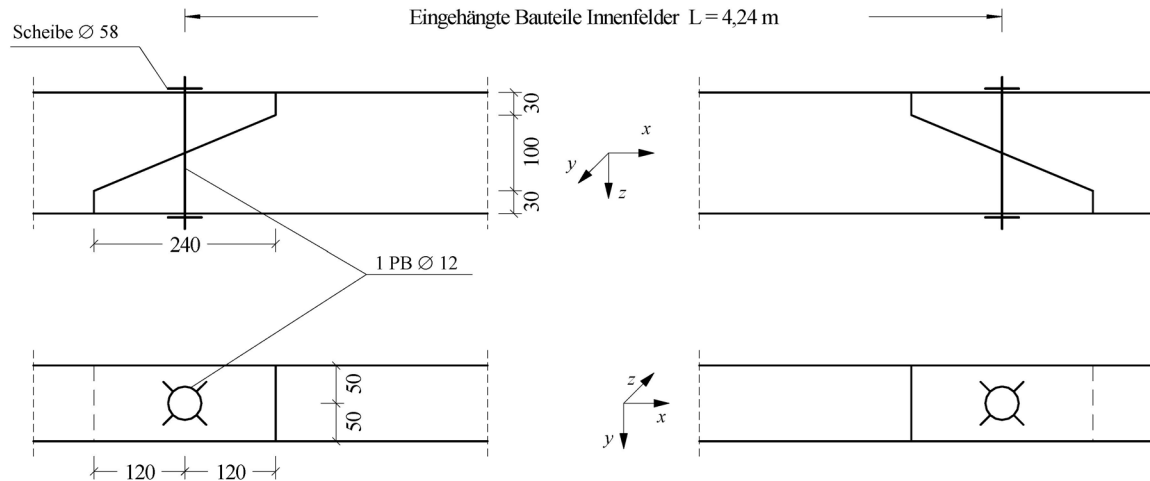
$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_{\text{c}} = (6,9 + 0,0 \cdot 15,3) \cdot (1 + 0,6) - 0 = 11 \text{ mm} < \frac{l}{300} = 20 \text{ mm}$$

Die Durchbiegungen überschreiten die empfohlenen Grenzwerte.

6.6 Entwurf und Standsicherheitsnachweis der Anschlüsse (Gelenk)

Gewählt: Schräger Anschnitt mit 1 Passbolzen 12 mm, Festigkeitsklasse 4.6. Unterlegscheibe Außendurchmesser 58 mm, Innendurchmesser 14 mm.

Wichtig: zur Vermeidung von Querzug im Holz wird die Ausführung so gewählt, dass die Passbolzen Zug in Längsrichtung übertragen.



Gelenkkräfte:

$$G_{y,d} = q_{y,d} \cdot \frac{l}{2} = 0,330 \cdot \frac{4,24}{2} = 0,70 \text{ kN} \rightarrow \text{Scherbelastung SDü}$$

$$G_{z,d} = q_{z,d} \cdot \frac{l}{2} = 1,581 \cdot \frac{4,24}{2} = 3,35 \text{ kN} \rightarrow \text{Zugbelastung SDü/Druckbelastung Scheiben}$$

- Nachweis des Passbolzens (Stabdübels) für Scherbelastung

Überprüfung der Dübelanordnung

	$\alpha = 90^\circ; d = 12 \text{ mm}$	Mindestabstand [mm]	vorhanden [mm]
a_1	---	---	---
a_2	---	---	---
$a_{1,t}$	---	---	---
$a_{1,c}$	$7 \cdot d \cdot \sin \alpha$ und $\geq 3 \cdot d = 3 \cdot d$	84	120
$a_{2,t}$	$3 \cdot d$	36	50
$a_{2,c}$	$3 \cdot d$	36	50

Tragfähigkeit des Passbolzens für Scherbelastung, $\alpha = 90^\circ$

$$f_{h,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 12) \cdot 350 = 25,26$$

$$k_{90} = 1,35 + 0,015 \cdot d = 1,35 + 0,015 \cdot 12 = 1,53$$

$$f_{h,1,k} = f_{h,2,k} = f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{25,26}{1,53 \cdot \sin^2 90^\circ + \cos^2 90^\circ} = 16,51 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{y,k} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0,3 \cdot 400 \cdot 12^{2,6} = 76.745 \text{ Nmm}$$

$$t_{1,\text{req}} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,k}}{f_{h,1,k} \cdot d}} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1+1}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{76.745}{16,51 \cdot 12}} = 77,3 < 80 \text{ mm}$$

- Tragfähigkeitsnachweis für Scherbelastung
50% der Tragfähigkeit darf genutzt werden, wenn die Verbindung nur durch 1 Passbolzen (Stabdübel) hergestellt wird

$$F_{v,Rk,Joh} = 0,5 \cdot 1,15 \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \cdot \min \left\{ \frac{t}{t_{req}}, 1 \right\} = 1,15 \cdot \sqrt{2 \cdot 76.745 \cdot 16,51 \cdot 12} = 3.171 \text{ N}$$

$$F_{v,Rd,Joh} = 0,9 \cdot \frac{6.342}{1,3} = 2.195 \text{ N}$$

- Nachweis des Passbolzens (Stabdübels) für Zugbelastung
maßgeblich ist in der Regel der aufnehmbare Querdruck zwischen Unterlegscheibe und Holz, siehe Tabelle im Skript Holzbau-I, Teil 2

$$F_{ax,Rd} = 1,125 \cdot 11,5 = 12,9 \text{ kN}$$

$$\frac{G_{z,d}}{F_{ax,Rd}} = \frac{3,35}{12,9} = 0,26 < 1$$

6.7 Nachweise am Auflager Sparrenpfette/Binder

Angenommen Satteldachbinder aus BSH. Die Breite des Binders wird mit 200 mm angenommen. Kräfte aus $q_{y,d}$ werden durch Metallwinkel mit Nägeln aufgenommen, daher nur Nachweis der Kräfte aus $q_{z,d}$ aus Eigengewicht und Schnee.

- max. Querdruckspannungen bei den Endfeldern

$$B = 1,063 \cdot q_{z,d} \cdot l \rightarrow \sigma_{c,90,d} = \frac{1,063 \cdot 1,581 \cdot 6.000}{140 \cdot (200 + 2 \cdot 30)} = \frac{10.0840}{36.400} = 0,277 \text{ N/mm}^2$$

- max. Querdruckspannungen bei den Innenfeldern

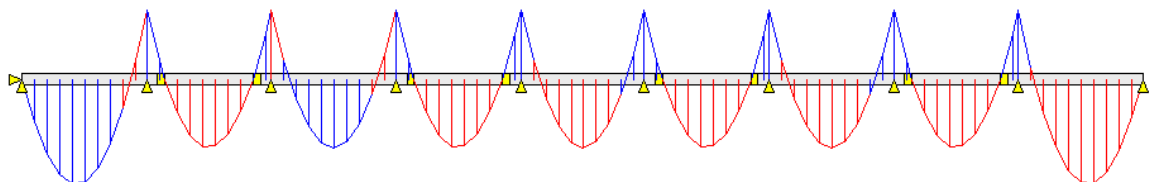
$$C = 1,0 \cdot q_{z,d} \cdot l \rightarrow \sigma_{c,90,d} = \frac{1,0 \cdot 1,581 \cdot 6.000}{100 \cdot (200 + 2 \cdot 30)} = \frac{9.486}{26.000} = 0,365 \text{ N/mm}^2$$

- Nachweis der Maximalen Querdruckspannung

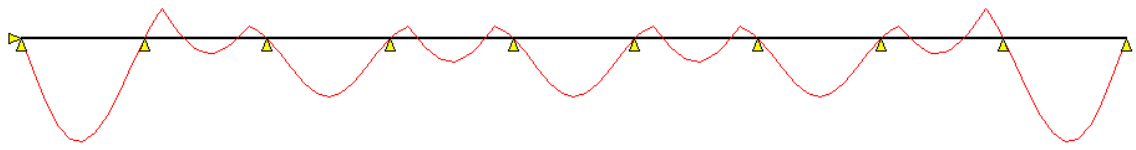
$$f_{c,90,d} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \rightarrow \frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}} = \frac{0,365}{1,73} = 0,21 < 1$$

6.8 Berechnungsergebnisse bei Verwendung eines Computerprogramms

Momentenlinie 9-Feld-Gelenkpfette



Biegelinie 9-Feld-Gelenkpfette (gleiche Querschnitte in allen Feldern)



7 Bemessung einer C24-Sparrenpfette als Koppelträger

Die Aufgabenstellung ist nahezu identisch mit der Aufgabenstellung aus Aufgabe 6

Die Lastannahmen werden von Aufgabe 6 übernommen.

7.1 Charakteristische Werte der Belastung

Die charakteristischen Werte der Belastung werden aus 6.2 übernommen.

7.2 Bemessungswerte der Belastung für den Standsicherheitsnachweis

Die Bemessungswerte der Belastung werden aus 6.3 übernommen.

7.3 Standsicherheitsnachweis der Sparrenpfette als Koppelträger

Gewählte Anordnung der Kopplungspunkte wie in Arbeitsblatt

$$z_{Br} = 0,17 \cdot l = 1,02 \text{ m}; \quad \text{übrige:} \quad z = 0,1 \cdot l = 0,60 \text{ m}$$

Max. Biegemoment Endfelder:

$$M_{1,y,d} = 0,0777 \cdot q_{z,d} \cdot l^2 = 0,0777 \cdot 1,581 \cdot 6^2 = 4,422 \text{ kNm}$$

$$M_{1,z,d} = 0,0777 \cdot q_{y,d} \cdot l^2 = 0,0777 \cdot 0,330 \cdot 6^2 = 0,923 \text{ kNm}$$

Max. Biegemoment Innenfelder:

$$M_{3,y,d} = M_{3,y,d} = 0,0438 \cdot q_{z,d} \cdot l^2 = 0,0438 \cdot 1,581 \cdot 6^2 = 2,493 \text{ kNm}$$

$$M_{3,z,d} = M_{3,z,d} = 0,0438 \cdot q_{y,d} \cdot l^2 = 0,0438 \cdot 0,330 \cdot 6^2 = 0,520 \text{ kNm}$$

Spannungsnachweis (zweiachsig Biegung) Endfelder, Rechteckquerschnitt 120/160, NH C24:

$$\text{Nkl. 1, KLED kurz: } k_{mod} = 0,90 \quad f_{m,d} = 0,90 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,6 \text{ N/mm}^2$$

$$W_y = 512 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad I_y = 4.096 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$W_z = 384 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad I_z = 2.304 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{und} \quad k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{mit } k_{red} = 0,7 \text{ (Rechteckquerschnitt)}$$

$$\underbrace{\frac{4,422 \cdot 10^6}{512 \cdot 10^3}}_{0,520} + 0,7 \cdot \underbrace{\frac{0,923 \cdot 10^6}{384 \cdot 10^3}}_{0,145} = 0,520 + 0,7 \cdot 0,145 = 0,62 \leq 1$$

Spannungsnachweis (zweiachsig Biegung) Innenfelder, Querschnitt 70/160, NH C24:

$$W_y = 299 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad I_y = 2.389 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$W_z = 131 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad I_z = 457 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\underbrace{\frac{2,493 \cdot 10^6}{299 \cdot 10^3}}_{0,502} + 0,7 \cdot \underbrace{\frac{0,520 \cdot 10^6}{131 \cdot 10^3}}_{0,239} = 0,502 + 0,7 \cdot 0,239 = 0,67 \leq 1$$

7.4 Abhebenachweis

Analog zu 6.4.

7.5 Gebrauchstauglichkeitsnachweis der Sparrenpfette nach DIN 1052:2004

Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen nicht überhöhten Träger

- Durchbiegungsnachweis Endfelder

Elastische Anfangsverformung aus ständiger Einwirkung $w_{G,inst}$ (Eigengewicht)

$$w_{G,inst,y} = 0,00642 \cdot \frac{q_{y,k} \cdot l^4}{E \cdot I_z} = 0,00642 \cdot \frac{0,071 \cdot 6.000^4}{1,1 \cdot 10^4 \cdot 2.304 \cdot 10^4} = 2,33 \text{ mm}$$

$$w_{G,inst,z} = 0,00642 \cdot \frac{q_{z,k} \cdot l^4}{E \cdot I_y} = 0,00642 \cdot \frac{0,338 \cdot 6.000^4}{1,1 \cdot 10^4 \cdot 4.096 \cdot 10^4} = 6,24 \text{ mm}$$

$$w_{G,inst} = \sqrt{2,33^2 + 6,24^2} = 6,7 \text{ mm}$$

Elastische Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung (Schnee)

Das Verhältnis von veränderlicher Last zu ständiger Last beträgt:

$$\frac{q_{v,veränderliche \text{ Last}}}{q_{v,ständige \text{ Last}}} = \frac{0,766 \text{ kN/m}}{0,345 \text{ kN/m}} = 2,22$$

$$w_{Q,1,inst} = 2,22 \cdot 6,7 = 14,9 \text{ mm}$$

Durchbiegungsnachweis bei einer veränderlichen Einwirkung:

$$k_{def} = 0,6 \quad \psi_2 = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{inst} = w_{inst,G} + w_{inst,Q,1} = 6,7 + 14,9 = 21,6 \text{ mm} > \frac{l}{300} = 20 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{fin} = w_{inst} + \left(w_{inst,G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right) \cdot k_{def} = 21,6 + (6,7 + 0,0 \cdot 14,9) \cdot 0,6 = 25,6 \text{ mm} < \frac{l}{200} = 30 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{net,fin} = w_{fin} - w_c = 25,6 - 0 = 25,6 > \frac{l}{300} = 20 \text{ mm}$$

Die Durchbiegungen überschreiten die empfohlenen Grenzwerte.

- Durchbiegungsnachweis Innenfelder:

Elastische Anfangsverformung aus ständiger Einwirkung (Eigengewicht)

$$\left. \begin{aligned} w_{inst,G,y} &= 0,0029 \cdot \frac{q_{y,k} \cdot l^4}{E \cdot I_z} = 0,0029 \cdot \frac{0,071 \cdot 6.000^4}{1,1 \cdot 10^4 \cdot 457 \cdot 10^4} = 5,31 \text{ mm} \\ w_{inst,G,z} &= 0,0029 \cdot \frac{q_{z,k} \cdot l^4}{E \cdot I_y} = 0,0029 \cdot \frac{0,338 \cdot 6.000^4}{1,1 \cdot 10^4 \cdot 2.389 \cdot 10^4} = 4,83 \text{ mm} \end{aligned} \right\} w_{inst,G} = \sqrt{5,31^2 + 4,83^2} = 7,2 \text{ mm}$$

Elastische Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung (Schnee)

$$w_{\text{inst,Q,1}} = 2,22 \cdot 7,2 = 16,0 \text{ mm}$$

$$k_{\text{def}} = 0,6 \quad \psi_2 = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 7,2 + 16,0 = 23,2 \text{ mm} > \frac{l}{300} = 20 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 23,2 + (7,2 + 0,0 \cdot 16,0) \cdot 0,6 = 27,5 \text{ mm} < \frac{l}{200} = 30 \text{ mm}$$

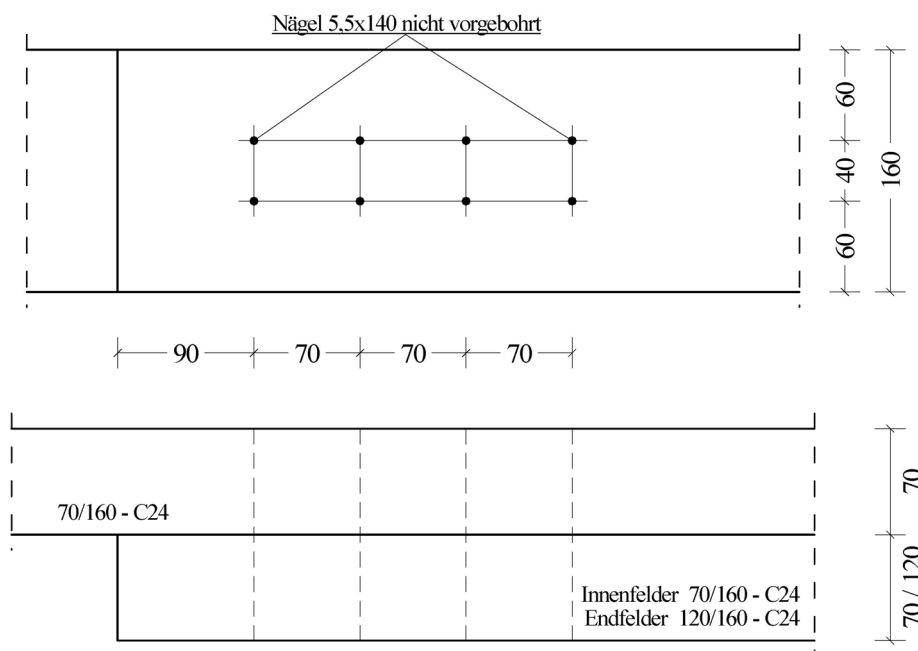
Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c = (7,2 + 0,0 \cdot 16,0) \cdot (1 + 0,6) - 0 = 12 \text{ mm} < \frac{l}{300} = 20 \text{ mm}$$

Die Durchbiegungen überschreiten die vorgeschlagenen Grenzwerte.

7.6 Entwurf und Standsicherheitsnachweis der Anschlüsse (Kopplung)

Ausführung: 8 Nägel 55x140, glattschaftig, nicht vorgebohrt.



Glattschaftige Nägel und Sondernägel der Tragfähigkeitsklasse 1 dürfen nur für kurze Lasteinwirkungen (z.B. Windsogkräfte) in Schafrichtung (Richtung der Stiftachse) beansprucht werden. Dies gilt nicht für glattschaftige Nägel und Sondernägel der Tragfähigkeitsklasse 1 im Anschluss von Koppelpfetten, wenn infolge einer Dachneigung von höchstens 30° die Nägel dauernd auf Herausziehen beansprucht werden. In solchen Fällen ist der charakteristische Wert des Ausziehparameters $f_{1,k}$ nur mit 60 % in Rechnung zu stellen. Glattschaftige vorgebohrte Nägel dürfen nicht auf Herausziehen beansprucht werden.

Koppelkräfte:

$$F_{y,d} = 0,430 \cdot q_{y,d} \cdot l = 0,430 \cdot 0,330 \cdot 6.000 = 0,851 \text{ kN} \rightarrow \text{Zugbelastung Nagel } (= F_{ax,d})$$

$$F_{z,d} = 0,430 \cdot q_{z,d} \cdot l = 0,430 \cdot 1,581 \cdot 6.000 = 4,079 \text{ kN} \rightarrow \text{Scherbelastung Nagel } (= F_{la,d})$$

Tragfähigkeit axial und lateral

$$R_{ax,k} = \min \left\{ \begin{matrix} f_{1,k} \cdot d \cdot l_{ef} \\ f_{2,k} \cdot d_k^2 \end{matrix} \right\} = \min \left\{ \begin{matrix} 0,6 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 \cdot d \cdot l_{ef} \\ 70 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k^2 \cdot d_k^2 \end{matrix} \right\}$$

$$= \min \left\{ \begin{matrix} 0,6 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 350^2 \cdot 5,5 \cdot 70 \\ 70 \cdot 10^{-6} \cdot 350^2 \cdot 5,5^2 \end{matrix} \right\} = \min \left\{ \begin{matrix} 566,0 \\ 259,4 \end{matrix} \right\} = 259,4 \text{ N}$$

$$R_{ax,d} = \frac{k_{mod} \cdot R_{ax,k}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 259,4}{1,3} = 180 \text{ N}$$

$$R_{la,d} = 1,125 \cdot 1.198 = 1.348 \text{ N} \quad (\text{Bemessungshilfe Skript Holzbau I})$$

Standortsicherheitsnachweis der Nägel bei kombinierter Belastung

$$\left(\frac{F_{ax,d}}{R_{ax,d}} \right)^m + \left(\frac{F_{la,d}}{R_{la,d}} \right)^m = \left(\frac{851}{8 \cdot 180} \right)^{1,5} + \left(\frac{4.079}{8 \cdot 1.348} \right)^{1,5} = 0,454 + 0,233 = 0,69 \leq 1$$

Nagelanordnung:

Längskräfte aus der Mitwirkung der Sparrenpfette im Wind- und Stabilisierungsverband sind noch nicht berücksichtigt, daher werden Winkel Kraft-/Faserrichtung zwischen $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ berücksichtigt.

	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ; d = 5,5 \text{ mm} > 5 \text{ mm}$	Mindestabstand	gewählt
a_1	$\max \{ (5 + 7 \cdot \cos \alpha) \} \cdot d = 12 \cdot d$	66,0 mm	70 mm
a_2	$5 \cdot d$	27,5 mm	40 mm
$a_{1,t}$	$\max \{ (10 + 5 \cdot \cos \alpha) \} \cdot d = 15 \cdot d$	82,5 mm	90 mm
$a_{1,c}$	$10 \cdot d$	55,0 mm	90 mm
$a_{2,t}$	$\max \{ (5 + 5 \cdot \sin \alpha) \} \cdot d = 10 \cdot d$	55,0 mm	60 mm
$a_{2,c}$	$5 \cdot d$	27,5 mm	60 mm

7.7 Nachweise am Auflager Sparrenpfette/Binder

Angenommen Satteldachbinder aus BSH. Die Breite des Binders wird mit 200 mm angenommen. Kräfte aus $q_{y,d}$ werden durch Metallwinkel mit Nägeln aufgenommen, daher nur Nachweis der Kräfte aus $q_{z,d}$ aus Eigengewicht und Schnee.

- max. Querdruckspannungen bei den Endfeldern

$$A = 0,394 \cdot q_{z,d} \cdot l$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{0,394 \cdot 1,581 \cdot 6.000}{120 \cdot (200 + 2 \cdot 30)} = 0,120 \text{ N/mm}^2$$

$$B = 1,134 \cdot q_{z,d} \cdot l$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{1,134 \cdot 1,581 \cdot 6.000}{(120 + 70) \cdot (200 + 2 \cdot 30)} = 0,218 \text{ N/mm}^2$$

- max. Querdruckspannungen bei den Innenfeldern

$$D = 1,010 \cdot q_{z,d} \cdot l$$

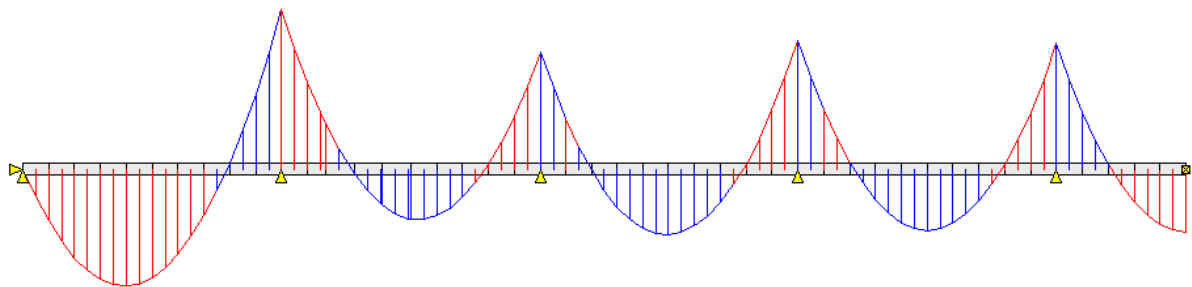
$$\sigma_{c,90,d} = \frac{1,010 \cdot 1,581 \cdot 6.000}{(70 + 70) \cdot (200 + 2 \cdot 30)} = 0,263 \text{ N/mm}^2$$

- Nachweis der Maximalen Querdruckspannung

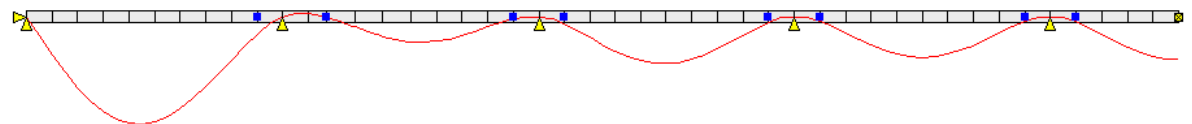
$$f_{c,90,d} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \rightarrow \frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}} = \frac{0,263}{1,73} = 0,15 < 1$$

7.8 Berechnungsergebnisse bei Verwendung eines Computerprogramms

Momentenlinie 9-Feld-Koppelpfette (halbes System, Symmetrieebene ist rechter Rand)



Biegelinie 9-Feld-Koppelpfette (halbes System, s.o.), bei gleichen Querschnitten in allen Feldern, jedoch mit Überkopplung



8 Verbindungen Holz-Holz und Stahl-Holz mit Dübeln besonderer Bauart in GL24h

8.1 Abhängung mit 4 Dübeln

$$f_{t,0,d} = 11,8 \text{ N/mm}^2$$

Überprüfung der Bolzenabstände für Bolzen M16 (Maße in mm)

			Seitenhölzer $\alpha = 90^\circ$		Mittelholz $\alpha = 0^\circ$	
		Vorschrift	mindestens	vorhanden	mindestens	vorhanden
a_1	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(4 + \cos \alpha) \cdot d$	---	---	80	190
a_2	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$4 \cdot d$	64	190	---	---
$a_{3,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\max \{7 \cdot d ; 80 \text{ mm}\}$	---	---	112	150
$a_{3,c}$	$\alpha \leq 30^\circ$	$4 \cdot d$			---	---
	$\alpha > 30^\circ$	$(1 + 6 \cdot \sin \alpha) \cdot d$	---	---		
$a_{4,t}$	$\alpha > 30^\circ$	$\max \left\{ \begin{array}{l} (2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d \\ 3 \cdot d \end{array} \right\}$	64	80	---	---
$a_{4,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$3 \cdot d$	48	60	48	60

a) bei Verwendung einer Abhängung aus Holz mit Dübeln Typ A1 mit $d_c = 95 \text{ mm}$

Überprüfung der Dübelabstände (Maße in mm)

			Seitenhölzer $\alpha = 90^\circ$		Mittelholz $\alpha = 0^\circ$	
		Vorschrift	mindestens	Vorhanden	mindestens	vorhanden
a_1	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(1,2 + 0,8 \cdot \cos \alpha) \cdot d_c$	---	---	190	190
a_2	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$1,2 \cdot d_c$	114	190	---	---
$a_{3,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$2,0 \cdot d_c$	---	---	190	190
$a_{3,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	$1,2 \cdot d_c$			---	---
	$30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(0,4 + 1,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c$	---	---		
$a_{4,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(0,6 + 0,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c$	76	80	---	---
$a_{4,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$0,6 \cdot d_c$	57	60	57	60

Überprüfung der Mindestholzdicken für Dübel Typ A1

$$t_1 = 120 \text{ mm} > 45 \text{ mm}$$

$$t_2 = 120 \text{ mm} > 75 \text{ mm}$$

Tragfähigkeit eines Dübels in den Seitenhölzern, $\alpha = 90^\circ$

$$F_{v,0,Rd} = 20,8 \text{ kN}$$

$$F_{v,\alpha,Rd} = \frac{F_{v,0,Rd}}{(1,3 + 0,001 \cdot d_c) \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{20,8}{(1,3 + 0,001 \cdot 95) \cdot \sin^2 90^\circ + \cos^2 90^\circ} = 14,9 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,\alpha,Rd}} \leq 1 \rightarrow F_{v,Ed} \leq F_{v,\alpha,Rd} = 14,9 \text{ kN}$$

Tragfähigkeit eines Dübels im Mittelholz, $\alpha = 0^\circ$

$$F_{v,\alpha,Rd} = F_{v,0,Rd} = 20,8 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{v,Ed} \cdot \cos \alpha}{(n_{ef}/n) \cdot F_{v,0,Rd}} \leq 1 \rightarrow F_{v,Ed} \leq \frac{(n_{ef}/n) \cdot F_{v,0,Rd}}{\cos \alpha} = \frac{1,0 \cdot 20,8}{\cos 0^\circ} = 20,8 \text{ kN}$$

$$F_d \leq 4 \cdot F_{v,Ed} = 4 \cdot 14,9 = 59,6 \text{ kN} \quad \text{maximale Tragkraft der 4 Dübel Typ A1}$$

Tragfähigkeit des zugbeanspruchten Mittelholzes

$$A_n = 120 \cdot 120 - 1 \cdot \left(120 - 2 \cdot \underbrace{15}_{h_c} \right) \cdot \left(\underbrace{16+1}_{\text{Bolzen-}\varnothing + 1 \text{ mm}} - 1 \cdot \underbrace{1,430}_{\Delta A} \right) = 11.440 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{F_d/A_n}{f_{t,0,d}} \rightarrow F_d \leq f_{t,0,d} \cdot A_n = 11,8 \cdot 11.440 = 134.992 \text{ N} \approx 135 \text{ kN} \quad \text{nicht maßgeblich}$$

b) bei Verwendung einer Abhängung aus Holz mit Dübeln Typ C1 mit $d_c = 95 \text{ mm}$

Überprüfung der Dübelabstände (Maße in mm)

			Seitenhölzer $\alpha = 90^\circ$		Mittelholz $\alpha = 0^\circ$	
		Vorschrift	mindestens	vorhanden	mindestens	vorhanden
a_1	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(1,2 + 0,3 \cdot \cos \alpha) \cdot d_c$	---	---	142,5	190
a_2	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$1,2 \cdot d_c$	114	190	---	---
$a_{3,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$1,1 \cdot d_c$	---	---	104,5	150
$a_{3,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	---	---	---	---	---
	$30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	---	---	---	---	---
$a_{4,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(0,6 + 0,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c$	76	80	---	---
$a_{4,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$0,6 \cdot d_c^{2)}$	57	60	57	60

Überprüfung der Mindestholzdicken für Dübel Typ C1

$$t_1 = 120 \text{ mm} > 34 \text{ mm}$$

$$t_2 = 120 \text{ mm} > 57 \text{ mm}$$

Tragfähigkeit eines Dübels in den Seitenhölzern, $\alpha = 90^\circ$

$$F_{v,Rd,D} = 11,3 \text{ kN}$$

Überprüfung der Mindestholzdicken für den Bolzen M16

$$t_1 = 120 \text{ mm} > t_{1,req} = (1/1,049) \cdot 1,054 \cdot 101 = 101 \text{ mm}$$

$$t_2 = 120 \text{ mm} > t_{2,req} = (1/1,049) \cdot 1,054 \cdot 56 = 56 \text{ mm}$$

Tragfähigkeit des Bolzens M16

$$F_{v,\alpha,Rd,B} = F_{v,90^\circ,Rd,B} = \underbrace{1,0}_{\text{KLED mittel}} \cdot \underbrace{1,25}_{k_{Joh}} \cdot \underbrace{1,049}_{k_1} \cdot \underbrace{1,054}_{k_2} \cdot \underbrace{6,60}_{F_{v,Rd,Joh}} = 9,1 \text{ kN}$$

Tragfähigkeit der Verbindungseinheit in den Seitenhölzern, $\alpha = 90^\circ$

$$F_{v,\alpha,Rd} = F_{v,Rd,D} + F_{v,\alpha,Rd,B} = 11,3 + 9,1 = 20,4 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,\alpha,Rd}} \leq 1 \rightarrow F_{v,Ed} \leq F_{v,\alpha,Rd} = 20,4 \text{ kN}$$

Tragfähigkeit eines Dübels im Mittelholz, $\alpha = 0^\circ$

$$F_{v,0,Rd} = F_{v,Rd,D} + F_{v,0,Rd,B}$$

$$F_{v,Rd,D} = 11,3 \text{ kN}$$

$$t_1 = 120 \text{ mm} > t_{1,req} = (1/1,049) \cdot 1,054 \cdot 76 = 76 \text{ mm}$$

$$t_2 = 120 \text{ mm} > t_{2,req} = (1/1,049) \cdot 1,054 \cdot 63 = 63 \text{ mm}$$

$$F_{v,\alpha,Rd,B} = F_{v,0,Rd,B} = \underbrace{1,0}_{\text{KLED mittel}} \cdot \underbrace{1,25}_{k_{Joh}} \cdot \underbrace{1,049}_{k_1} \cdot \underbrace{1,054}_{k_2} \cdot \underbrace{7,51}_{F_{v,Rd,Joh}} = 10,4 \text{ kN}$$

$$F_{v,0,Rd} = F_{v,Rd,D} + F_{v,0,Rd,B} = 11,3 + 10,4 = 21,7 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{v,Ed} \cdot \cos \alpha}{(n_{ef}/n) \cdot F_{v,0,Rd}} \leq 1 \rightarrow F_{v,Ed} \leq \frac{(n_{ef}/n) \cdot F_{v,0,Rd}}{\cos \alpha} = \frac{1,0 \cdot 21,7}{\cos 0^\circ} = 21,7 \text{ kN}$$

$$F_d \leq 4 \cdot F_{v,Ed} = 4 \cdot 21,7 = 86,8 \text{ kN} \text{ maximale Tragkraft der 4 Dübel Typ C1}$$

Tragfähigkeit des zugbeanspruchten Mittelholzes

$$A_n = 120 \cdot 120 - 1 \cdot \left(120 - 2 \cdot \underbrace{11,3}_{h_c} \right) \cdot \underbrace{(16+1)}_{\substack{\text{Bolzen-}\varnothing \\ + 1 \text{ mm}}} - 1 \cdot \underbrace{670}_{\Delta A} = 12.074 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{F_d/A_n}{f_{t,0,d}} \rightarrow F_d \leq f_{t,0,d} \cdot A_n = 11,8 \cdot 12.074 = 142.473 \text{ N} \approx 142,5 \text{ kN} \text{ nicht maßgeblich}$$

c) bei Verwendung einer Abhängung aus Holz mit Dübeln Typ C5 mit $d_c = 100 \text{ mm}$

Überprüfung der Dübelabstände (Maße in mm)

			Seitenhölzer $\alpha = 90^\circ$		Mittelholz $\alpha = 0^\circ$	
		Vorschrift	mindestens	vorhanden	mindestens	vorhanden
a_1	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(1,2 + 0,3 \cdot \cos \alpha) \cdot d_c$	---	---	150	190
a_2	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$1,2 \cdot d_c$	120	190	---	---
$a_{3,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$1,1 \cdot d_c$	---	---	110	150
$a_{3,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	---	---	---	---	---
	$30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	---	---	---	---	---
$a_{4,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(0,6 + 0,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c$	80	80	---	---
$a_{4,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$0,6 \cdot d_c^{2)}$	60	60	60	60

Überprüfung der Mindestholzdicken für Dübel Typ C5

$$t_1 = 120 \text{ mm} > 22 \text{ mm}$$

$$t_2 = 120 \text{ mm} > 37 \text{ mm}$$

Tragfähigkeit eines Dübels in den Seitenhölzern, $\alpha = 90^\circ$

$$F_{v,Rd,D} = 12,2 \text{ kN}$$

$$F_{v,\alpha,Rd,B} = F_{v,90,Rd,B} = 9,1 \text{ kN}$$

$$F_{v,\alpha,Rd} = F_{v,Rd,D} + F_{v,\alpha,Rd,B} = 12,2 + 9,1 = 21,3 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,\alpha,Rd}} \leq 1 \rightarrow F_{v,Ed} \leq F_{v,\alpha,Rd} = 21,3 \text{ kN}$$

Tragfähigkeit eines Dübels im Mittelholz, $\alpha = 0^\circ$

$$F_{v,0,Rd} = F_{v,Rd,D} + F_{v,0,Rd,B}$$

$$F_{v,\alpha,Rd,B} = F_{v,0,Rd,B} = 10,4 \text{ kN}$$

$$F_{v,0,Rd} = F_{v,Rd,D} + F_{v,0,Rd,B} = 12,2 + 10,4 = 22,6 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{v,Ed} \cdot \cos \alpha}{(n_{ef}/n) \cdot F_{v,0,Rd}} \leq 1 \rightarrow F_{v,Ed} \leq \frac{(n_{ef}/n) \cdot F_{v,0,Rd}}{\cos \alpha} = \frac{1,0 \cdot 22,6}{\cos 0^\circ} = 22,6 \text{ kN}$$

$$F_d \leq 4 \cdot F_{v,Ed} = 4 \cdot 22,6 = 90,4 \text{ kN} \quad \text{maximale Tragkraft der 4 Dübel Typ C5}$$

Tragfähigkeit des zugbeanspruchten Mittelholzes

$$A_n = 120 \cdot 120 - 1 \cdot \left(120 - 2 \cdot \underbrace{7,3}_{h_e} \right) \cdot \underbrace{(16+1)}_{\substack{\text{Bolzen-}\varnothing \\ + 1 \text{ mm}}} - 1 \cdot \underbrace{430}_{\Delta A} = 12.178 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{F_d/A_n}{f_{t,0,d}} \rightarrow F_d \leq f_{t,0,d} \cdot A_n = 11,8 \cdot 12.178 = 143.700 \text{ N} \approx 143,7 \text{ kN} \quad \text{nicht maßgeblich}$$

d) bei Verwendung einer Abhängung aus Stahl mit Dübeln Typ C2 mit $d_c = 95 \text{ mm}$

Überprüfung der Dübelabstände (Maße in mm)

			Seitenhölzer $\alpha = 90^\circ$	
		Vorschrift	mindestens	vorhanden
a_1	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(1,2 + 0,3 \cdot \cos \alpha) \cdot d_c$	---	---
a_2	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$1,2 \cdot d_c$	120	190
$a_{3,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$1,1 \cdot d_c$	---	---
$a_{3,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	---	---	---
	$30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	---	---	---
$a_{4,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(0,6 + 0,2 \cdot \sin \alpha) \cdot d_c$	80	80
$a_{4,c}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$0,6 \cdot d_c^{2)}$	60	60

Überprüfung der Mindestholzdicken für Dübel Typ C2

$$t_1 = 120 \text{ mm} > 34 \text{ mm}$$

$$t_2 = 120 \text{ mm} > 57 \text{ mm}$$

Tragfähigkeit eines Dübels in den Seitenhölzern, $\alpha = 90^\circ$

$$F_{v,Rd,D} = 11,3 \text{ kN}$$

$$t = 120 \text{ mm} > t_{\text{req}} = (1/1,049) \cdot 1,054 \cdot 112,8 = 113 \text{ mm}$$

$$F_{v,\alpha,Rd,B} = F_{v,90^\circ,Rd,B} = \underbrace{1,0}_{\text{KLED mittel}} \cdot \underbrace{1,25}_{k_{Joh}} \cdot \underbrace{1,049}_{k_1} \cdot \underbrace{1,054}_{k_2} \cdot \underbrace{8,42}_{F_{v,Rd,Joh}} = 11,6 \text{ kN}$$

$$F_{v,\alpha,Rd} = F_{v,Rd,D} + F_{v,\alpha,Rd,B} = 11,3 + 11,6 = 22,9 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,\alpha,Rd}} \leq 1 \rightarrow F_{v,Ed} \leq F_{v,\alpha,Rd} = 22,9 \text{ kN}$$

$$F_d \leq 4 \cdot F_{v,Ed} = 4 \cdot 22,9 = 91,6 \text{ kN} \quad \text{maximale Tragkraft der 4 Dübel Typ C2}$$