

Vorlesung Holzbau III



DIN EN 1995-1-1 Eurocode 5:2010-12
DIN EN 1995-1-1 Nationaler Anhang:2013-08
DIN EN 1995-1-1/A2:2014-07

Teil 1

Querzugverstärkungen und Queranschlüsse
Durchbrüche und Ausklinkungen
Pult- und Satteldachträger
Gekrümmte Träger

Ab 2020

Inhaltsverzeichnis

Beispielverzeichnis	3
Tabellenverzeichnis	4
Vorwort.....	5
1 Querzugverstärkungen, Queranschlüsse, Durchbrüche und Ausklinkungen	7
1.1 Allgemeine Regeln zu Verstärkungen	7
1.1.1 Innen liegende Verstärkungen	7
1.1.2 Außen liegende Verstärkungen.....	9
1.1.3 Festigkeitskennwerte für Klebfugen bei Verstärkungen.....	10
1.2 Unverstärkte Queranschlüsse.....	11
1.3 Verstärkung von Queranschlüssen.....	14
1.3.1 Verstärkung von Queranschlüssen durch eingeklebte Stahlstäbe	14
1.3.2 Außen aufgeklebte Verstärkungen von Queranschlüssen	15
1.4 Unverstärkte Durchbrüche.....	18
1.4.1 Erhöhte Biegespannungen bei rechteckigen unverstärkten Durchbrüchen	19
1.5 Verstärkung von Durchbrüchen bei Biegestäben mit Rechteckquerschnitt.....	23
1.5.1 Querzugbeanspruchte Bereiche	23
1.5.2 Verstärkung von Durchbrüchen durch eingeklebte Stahlstäbe	23
1.5.3 Erhöhte Spannungen bei rechteckigen Durchbrüchen mit innen liegenden Verstärkungen...	24
1.5.4 Außen aufgeklebte Verstärkungen von Durchbrüchen	25
1.6 Unverstärkte Ausklinkungen am Auflager von Biegestäben	29
1.7 Verstärkung von rechtwinkligen Ausklinkungen an Enden von Biegestäben.....	31
1.7.1 Verstärkung von rechtwinkligen Ausklinkungen durch eingeklebte Stahlstäbe	31
1.7.2 Außen aufgeklebte Verstärkungen von rechtwinkligen Ausklinkungen	32
1.8 Verstärkungen gekrümmter Träger/Satteldachträger aus BSH	35
1.8.1 Verstärkung gekrümmter Träger/Satteldachträger durch eingeklebte Stahlstäbe.....	35
1.8.2 Außen aufgeklebte Verstärkung gekrümmter Träger/Satteldachträger	37
2 Pultdachträger	39
2.1 Biegespannungen am Pultdachträger	39
2.2 Schub- und Querspannungen am Pultdachträger.....	40
2.3 Standsicherheitsnachweis eines Pultdachträgers.....	40
2.4 Nachweis der Kippstabilität.....	41
2.5 Nachweis der Gebrauchstauglichkeit	41
3 Satteldachträger mit geradem unteren Rand	45
3.1 Biegespannungen am Satteldachträger	45
3.2 Querzugspannungen am Satteldachträger	45
3.3 Nachweis der Biegespannungen eines Satteldachträgers	46
3.4 Nachweis der Querzug- und Schubspannungen im Firstquerschnitt.....	46
3.5 Nachweis der Kippstabilität.....	46
3.6 Nachweis der Gebrauchstauglichkeit	47

4	Gekrümmte Träger mit konstanter Trägerhöhe.....	51
4.1	Biegespannungen am gekrümmten Träger	51
4.2	Querzugspannungen am gekrümmten Träger	51
4.3	Nachweis der Biegespannungen eines gekrümmten Trägers	51
4.4	Nachweis der Querzugspannungen im Firstquerschnitt.....	52
4.5	Nachweis der Gebrauchstauglichkeit.....	53
5	Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand	57
5.1	Nachweis der Biegespannungen im nicht gekrümmten Bereich	57
5.2	Nachweis der Biegespannungen im gekrümmten Bereich	57
5.3	Nachweis der Querzug- und Schubspannungen im Firstquerschnitt.....	58
5.4	Nachweis der Kippstabilität	59
5.5	Nachweis der Gebrauchstauglichkeit.....	59
	Literaturverzeichnis.....	69
	Stichwortverzeichnis	70

Beispielverzeichnis

Beispiel 1-1	Unverstärkter Queranschluss an einen GL32h-Träger auf zwei Stützen	13
Beispiel 1-2	Verstärkung eines Queranschlusses an einem GL24h-Träger	15
Beispiel 1-3	GL24h-Träger mit zwei unverstärkten Durchbrüchen	20
Beispiel 1-4	Verstärkung von zwei Durchbrüchen an einem GL32h-Träger	26
Beispiel 1-5	Nachweis der Schubspannungen am ausgeklinkten Ende eines GL24h-Trägers.....	30
Beispiel 1-6	Verstärkung einer rechtwinkligen Ausklinkung am Ende eines GL24h-Trägers	32
Beispiel 2-1	Statischer Nachweis eines GL24h-Pultdachträgers	42
Beispiel 3-1	Statischer Nachweis eines GL28h-Satteldachträgers mit geradem unteren Rand ..	47
Beispiel 4-1	Statischer Nachweis eines gekrümmten GL32h-Trägers mit konstanter Trägerhöhe	53
Beispiel 5-1	Statischer Nachweis eines GL28h-Satteldachträgers mit gekrümmtem unteren Rand	60
Beispiel 5-2	Statischer Nachweis eines GL28h-Satteldachträgers mit gekrümmtem unteren Rand bei lose aufgelegtem Firstkeil	66

Tabellenverzeichnis

Tab. 1-1	Maße, Materialeigenschaften und Tragfähigkeit von eingeklebten Stahlstäben	8
Tab. 1-2	Festigkeiten, Steifigkeitswerte und Rohdichten von Sperrholz	9
Tab. 1-3	Klebfugenfestigkeit $f_{k1,k} / f_{k2,k} / f_{k3,k}$ für Verstärkungen allgemein	10
Tab. 1-4	Tragfähigkeit $F_{t,90,Rd}$ der Klebfuge Stahlstab/Bohrlochwandung in Queranschlüssen, Durchbrüchen und rechtwinkligen Ausklinkungen	10
Tab. 1-5	Tragfähigkeit $F_{t,90,Rd}$ der Klebfuge Stahlstab/Bohrlochwandung für Querkzugverstärkungen in gekrümmten Trägern und Satteldachträgern aus Brettschichtholz	36
Tab. 2-1	Beiwerte $k_{m,\alpha,c}$ und $k_{m,\alpha,t}$	41
Tab. 5-1	Beiwerte k_1 bis k_7 für Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand	58

Vorwort

Das vorliegende Skript soll die Lehrveranstaltung Holzbau III im Masterstudiengang Bauingenieurwesen, Studienrichtung Konstruktiver Ingenieurbau, unterstützen. Begleitend zum Vorlesungsskript stehen eine Sammlung von Übungsaufgaben und die dazu gehörigen Musterlösungen zur Verfügung. Themenschwerpunkte sind konstruktive Lösungen für den Hallenbau, insbesondere der Entwurf großer Brettschichtholzträger.

Der Stand der zugrundeliegenden technischen Baubestimmungen entspricht

DIN EN 1995-1-1:2010-12 [DIN 1] (EC5) einschließlich der Änderungen A1 und A2 [DIN 3] und

DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08 [DIN 2], Nationaler Anhang zu EC5.

Das Skript und die zugehörigen Übungsaufgaben werden in unregelmäßigen Abständen möglichst zeitnah überarbeitet, da sich die Regelungen für den Holzbau im Umbruch befinden.

Berlin, Februar 2020

Ralf-W. Boddenberg

1 Querzugverstärkungen, Queranschlüsse, Durchbrüche und Ausklinkungen

Da die Zugfestigkeit von Holz senkrecht zur Faserrichtung gering ist, muss die Tragfähigkeit von Bauteilen, die durch nennenswerte Querzugspannungen belastet sind, durch eine oder mehrere Verstärkungen rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes erhöht werden. Bei der Ermittlung der Beanspruchungen der Verstärkungen wird die Zugfestigkeit des Holzes rechtwinklig zur Faserrichtung nicht berücksichtigt.

Verstärkte Queranschlüsse, Ausklinkungen und Firstbereiche sind auch in NKL 3 zulässig.

1.1 Allgemeine Regeln zu Verstärkungen

1.1.1 Innen liegende Verstärkungen

Als innen liegende Verstärkungen dürfen folgende Stahlstäbe verwendet werden:

- eingeklebte Gewindebolzen (Gewindestäbe) nach DIN 976-1
- eingeklebte Betonrippenstähle nach DIN 488-1
- Holzschrauben mit einem Gewinde über die gesamte Schaftlänge.

Die Querschnittsschwächung durch innen liegende Verstärkungen muss in zugbeanspruchten Querschnittsteilen berücksichtigt werden.

Die Abstände von rechtwinklig zur Faserrichtung eingeklebten in Richtung der Stabachse beanspruchten Stahlstäben untereinander und zum Rand müssen mindestens die folgenden Werte einhalten:

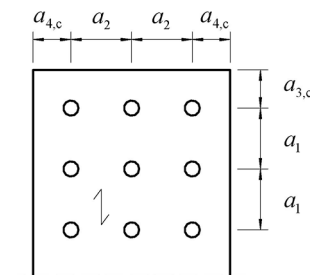
$$a_1 \geq 4 \cdot d_r \quad \text{Abstand untereinander parallel zur Faser}$$

$$a_2 \geq 4 \cdot d_r \quad \text{Abstand untereinander senkrecht zur Faser}$$

$$a_{3,c} \geq 2,5 \cdot d_r \quad \text{Randabstand parallel zur Faser}$$

$$a_{4,c} \geq 2,5 \cdot d_r \quad \text{Randabstand senkrecht zur Faser}$$

$$d_r \quad \text{Außendurchmesser des Stahlstabes}$$



Verstärkungen mit Schrauben mit einem Gewinde über die gesamte Schaftlänge sind sinngemäß wie Verstärkungen mit eingeklebten Gewindebolzen nachzuweisen.

Die Zugbeanspruchung der Stahlstäbe ist mit den Spannungsquerschnitten nachzuweisen.

Bei der Aufnahme der Zugkraft $F_{t,90,d}$ durch eingeklebte Stahlstäbe ist für den Stahlstab nachzuweisen, dass

$$\frac{F_{t,90,d}}{n \cdot N_{R,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.1)$$

$$N_{R,d} = f_{y,b,d} \cdot A_{ef} = \frac{f_{y,b,k}}{\gamma_M (=1,25)} \cdot A_{ef} \quad (1.2)$$

$F_{t,90,d}$ Bemessungswert der Zugkraft aus Querzug

n wirksame Anzahl der Stahlstäbe zur Aufnahme der Zugkraft $F_{t,90,d}$

$N_{R,d}$ Bemessungswert der Zugtragfähigkeit eines Stahlstabes, siehe auch Tab. 1-1 (S.8)

A_{ef} für Gewindestangen: Spannungsquerschnitt / für Betonrippenstahl: Nennquerschnitt siehe Tab. 1-1 (S.8)

$f_{y,b,k}$ charakteristischer Wert der Streckgrenze des Stahlstabes, siehe Tab. 1-1 (S.8)

Gewindestangen nach DIN 976-1				
Ø	A _{ef}	Tragfähigkeit N _{R,d} [kN]		
[mm]	[mm ²]	4.8	5.8	8.8
6	20,1	5,15	6,43	10,3
8	48,1	12,3	15,4	24,6
10	58,0	14,8	18,6	29,7
12	84,3	21,6	27,0	43,2
16	157	40,2	50,2	80,4
20	245	62,7	78,4	125
24	353	90,4	113	181
30	561	144	180	287
Festigkeitsklasse		f _{y,b,k} [N/mm ²]		
4.8		320		
5.8		400		
8.8		640		

Betonrippenstähle nach DIN 488-1		
Ø	A _{ef}	Tragfähigkeit N _{R,d} [kN]
[mm]	[mm ²]	B500A/B
6	28,3	11,3
8	50,3	20,1
10	78,5	31,4
12	113	45,2
14	154	61,6
16	201	80,4
20	314	126
25	491	196
28	616	246
Stahlsorte		f _{y,b,k} [N/mm ²]
B500A/B		500

Tab. 1-1 Maße, Materialeigenschaften und Tragfähigkeit von eingelebten Stahlstäben

1.1.2 Außen liegende Verstärkungen

Als außen liegende Verstärkungen dürfen verwendet werden:

- aufgeklebtes Sperrholz
- aufgeklebtes Furnierschichtholz
- aufgeklebte Bretter
- eingepresste Nagelplatten.

Bei der Aufnahme der Zugkraft $F_{t,90,d}$ durch außen liegende Verstärkungen müssen die Zugspannungen im Verstärkungsmaterial nachgewiesen werden.

Bemessungswerte der Festigkeit in N/mm ² für NKL 1+2 bei KLED=mittel ⁴⁾											
		F20/10 E40/20		F20/15 E30/25		F40/30 E60/40		F50/25 E70/25		F60/10 E90/10	
Beanspruchung		¹⁾	⊥ ²⁾	¹⁾	⊥ ²⁾	¹⁾	⊥ ²⁾	¹⁾	⊥ ²⁾	¹⁾	⊥ ²⁾
		Plattenbeanspruchung									
Biegung	<i>f_{m,d}</i>	12,3	6,15	12,3	9,23	24,6	18,5	30,8	15,4	36,9	6,15
Druck	<i>f_{c,90,d}</i>	2,46				5,54			6,15		
Schub	<i>f_{v,d}</i>	0,554	0,369	0,615	0,431	1,35			1,54		
		Scheibenbeanspruchung									
Biegung	<i>f_{m,d}</i>	5,54	4,31	4,92	4,31	17,8	19,1	22,2	14,8	22,2	14,8
Zug	<i>f_{t,d}</i>	5,54	4,31	4,92	4,31	17,8	19,1	22,2	14,8	22,2	14,8
Druck	<i>f_{c,d}</i>	9,23	6,15	8	8	12,9	13,5	22,2	10,5	16	11,1
Schub	<i>f_{v,d}</i>	2,15		2,46		5,85			6,77		
Steifigkeitskennwerte ³⁾ in N/mm ²											
		Plattenbeanspruchung									
E-Modul	<i>E_{mean}</i>	4000	2000	3000	2500	6000	4000	7000	2500	9000	1000
Schubmodul	<i>G_{mean}</i>	35	25	35	25	150			200		
		Scheibenbeanspruchung									
E-Modul	<i>E_{mean}</i>	4000	3000	4000	3000	4400	4700	5500	3650	5500	3700
Schubmodul	<i>G_{mean}</i>	350				600			700		
Rohdichte in kg/m ³											
	<i>f₃</i>	350				600					
¹⁾ parallel zur Faserrichtung der Deckfurniere ²⁾ rechtwinklig zur Faserrichtung der Deckfurniere ³⁾ <i>E₀₅</i> = 0,8 · <i>E_{mean}</i> und <i>G₀₅</i> = 0,8 · <i>G_{mean}</i> ⁴⁾ Für andere KLED sind die Werte zu multiplizieren mit: ständig: 0,75; lang: 0,875; kurz: 1,125											

Tab. 1-2 Festigkeiten, Steifigkeitswerte und Rohdichten von Sperrholz

1.1.3 Festigkeitskennwerte für Klebfugen bei Verstärkungen

Sofern nachfolgend nichts anderes bestimmt ist, gelten für die Herstellung von geklebten Verstärkungen die Anforderungen für geklebte Verbindungen nach DIN 1052.

Festigkeit in N/mm ²	Klebfuge	Wirksame Einkleblänge l_{ad} [mm]		
		≤ 250	$250 < l_{ad} \leq 500$	$500 < l_{ad} \leq 1.000$
$f_{k1,k}^{1)}$	Stahlstab/Bohrlochwandung	4,0	$5,25 - 0,005 \cdot l_{ad}$	$3,5 - 0,0015 \cdot l_{ad}$
$f_{k2,k}$	Trägeroberfläche/Verstärkungsplatte	0,75		
$f_{k3,k}$	Trägeroberfläche/Verstärkungsplatte bei gleichmäßiger Einleitung der Schubspannung	1,50		

Werte dürfen nur angewendet werden, wenn die Eignung des Klebersystems nachgewiesen ist.

¹⁾ beim Nachweis von Querzugverstärkungen in gekrümmten Trägern und Satteldachträgern aus Brettschichtholz wird unabhängig von der Einkleblänge immer $f_{k1,k} = 4,0$ N/mm² gesetzt.

Tab. 1-3 Klebfugenfestigkeit $f_{k1,k}$ / $f_{k2,k}$ / $f_{k3,k}$ für Verstärkungen allgemein

Bemessungswerte der Festigkeit von Klebfugen erhält man durch Anwendung der Gl. (1.3).

$$f_{ki,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{ki,k}}{\gamma_M (=1,3)} \quad (1.3)$$

Bemessungswerte der Tragfähigkeit $F_{t,90,Rd}$ der Klebfuge Stahlstab/Bohrlochwandung in kN von Querzugverstärkungen in Queranschlüssen, Durchbrüchen und rechtwinkligen Ausklinkungen für NKL 1+2 bei KLED=mittel ¹⁾ nach Gl. (1.10)																						
l_{ad}	$f_{k1,d}^{2)}$	Durchmesser des Stahlstabes d_t in mm																				
mm	N/mm ²	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	25	26	28	30							
60	2,46	2,78	Mindesteinkleblängen $l_{ad} \geq \max\{0,5 \cdot d_t^2; 10 \cdot d_t\}$ nicht eingehalten																			
80		3,71														4,95						
100		4,64														6,19	7,73					
150		6,96														9,28	11,6	13,9	16,2			
200		9,28														12,4	15,5	18,6	21,7	24,7	27,8	30,9
250		11,6														15,5	19,3	23,2	27,1	30,9	34,8	38,7
300	2,31	13,0	17,4	21,7	26,1	30,4	34,8	39,1	43,5	47,8	52,2											
350	2,15	14,2	18,9	23,7	28,4	33,2	37,9	42,6	47,4	52,1	56,8	59,2	61,6									
400	2,00	15,1	20,1	25,1	30,2	35,2	40,2	45,2	50,3	55,3	60,3	62,8	65,3	70,4								
450	1,85	15,7	20,9	26,1	31,3	36,5	41,8	47,0	52,2	57,4	62,6	65,2	67,9	73,1	78,3							
500	1,69	15,9	21,3	26,6	31,9	37,2	42,5	47,8	53,2	58,5	63,8	66,5	69,1	74,4	79,7							
550	1,65	17,1	22,8	28,4	34,1	39,8	45,5	51,2	56,9	62,6	68,3	71,1	74,0	79,6	85,3							
600	1,60	18,1	24,1	30,2	36,2	42,2	48,3	54,3	60,3	66,4	72,4	75,4	78,4	84,4	90,5							
650	1,55	19,0	25,4	31,7	38,1	44,4	50,8	57,1	63,5	69,8	76,2	79,3	82,5	88,8	95,2							
700	1,51	19,9	26,5	33,2	39,8	46,4	53,0	59,7	66,3	72,9	79,6	82,9	86,2	92,8	99,5							
750	1,46	20,7	27,5	34,4	41,3	48,2	55,1	62,0	68,9	75,8	82,6	86,1	89,5	96,4	103,3							
800	1,42	21,3	28,5	35,6	42,7	49,8	56,9	64,0	71,1	78,3	85,4	88,9	92,5	99,6	106,7							
850	1,37	21,9	29,3	36,6	43,9	51,2	58,5	65,8	73,1	80,4	87,8	91,4	95,1	102,4	109,7							
900	1,32	22,4	29,9	37,4	44,9	52,4	59,9	67,3	74,8	82,3	89,8	93,5	97,3	104,7	112,2							
950	1,28	22,9	30,5	38,1	45,7	53,4	61,0	68,6	76,2	83,8	91,5	95,3	99,1	106,7	114,3							
1000	1,23	23,2	30,9	38,7	46,4	54,1	61,9	69,6	77,3	85,1	92,8	96,7	100,5	108,3	116,0							
¹⁾ Für andere KLED sind die Werte zu multiplizieren mit: ständig: 0,75; lang: 0,875; kurz: 1,125																						
²⁾ beim Nachweis von Querzugverstärkungen in gekrümmten Trägern und Satteldachträgern aus Brettschichtholz wird unabhängig von der Einkleblänge immer $f_{k1,d} = 2,46 \text{ N/mm}^2$ gesetzt.																						
Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden																						

¹⁾ Für andere **KLED** sind die Werte zu multiplizieren mit: **ständig: 0,75; lang: 0,875; kurz: 1,125**

²⁾ beim Nachweis von Querzugverstärkungen in gekrümmten Trägern und Satteldachträgern aus Brettschichtholz wird unabhängig von der Einkleblänge immer $f_{k1,d} = 2,46$ N/mm² gesetzt.

Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden

Tab. 1-4 Tragfähigkeit $F_{t,90,Rd}$ der Klebfuge Stahlstab/Bohrlochwandung in Queranschlüssen, Durchbrüchen und rechtwinkligen Ausklinkungen

1.2 Unverstärkte Queranschlüsse

Werden Bauteile mit Rechteckquerschnitt durch eine Krafteinleitung unter einem Winkel zur Holzfaserrichtung beansprucht (siehe Abb. 1-1), muss die Tragfähigkeit für die daraus entstehenden Querzugspannungen nach dem im folgenden beschriebenen Verfahren nachgewiesen werden.

Grundsätzlich gelten darüber hinaus folgende Regeln:

- für Queranschlüsse mit $(h_e/h) > 0,7$ ist kein Nachweis erforderlich,
- Queranschlüsse mit $(h_e/h) < 0,2$ dürfen nur durch kurze Lasteinwirkungen beansprucht werden,
- Queranschlüsse mit $(a_r/h) > 1$ und $F_{v,Ed} > 0,5 \cdot F_{90,Rd}$ müssen verstärkt werden.

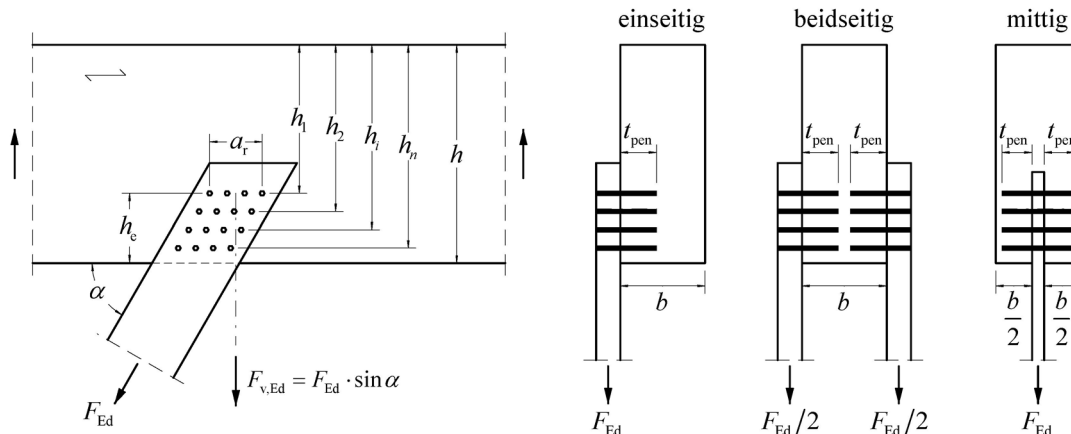


Abb. 1-1 Unverstärkter Queranschluss

Für Queranschlüsse mit $(h_e/h) \leq 0,7$ muss die folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{90,Rd}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad F_{90,Rd} = k_s \cdot k_r \cdot \left(6,5 + \frac{18 \cdot h_e^2}{h^2} \right) \cdot (t_{ef} \cdot h)^{0,8} \cdot f_{t,90,d} \quad (1.4)$$

$$k_s = \max \left\{ 1; \left(0,7 + \frac{1,4 \cdot a_r}{h} \right) \right\} \quad (1.5)$$

$$k_r = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (h_1/h_i)^2} \quad (1.6)$$

$F_{v,Ed}$ Bemessungswert der einwirkenden Querzugkraft $F_{v,Ed} = F_{Ed} \cdot \sin \alpha$ in N, siehe Abb. 1-1

$F_{90,Rd}$ = $k_{mod} \cdot (F_{90,Rk} / \gamma_M)$, Bemessungswert der Beanspruchbarkeit für Querzug in N

k_s Beiwert zur Berücksichtigung mehrerer nebeneinander angeordneter Verbindungsmittel

k_r Beiwert zur Berücksichtigung mehrerer übereinander angeordneter Verbindungsmittel

h_e größter Abstand VM/Nagelplattenrand vom beanspruchten Holzrand in mm

a_r Abstand der beiden äußersten Verbindungsmittel in mm (siehe Abb. 1-1);
der Abstand der Verbindungsmittel untereinander in Faserrichtung des querzuggefährdeten Holzes darf $0,5 \cdot h$ nicht überschreiten

b Dicke des Last aufnehmenden Holzes in mm

h Höhe des Last aufnehmenden Querschnitts in mm

t_{ef} wirksame Anschlusstiefe in mm;

n Anzahl der Verbindungsmittelreihen

h_i Abstand der jeweiligen Verbindungsmittelreihe vom unbeanspruchten Bauteilrand in mm

t_{pen} Einbindetiefe der Verbindungsmittel in mm

d Verbindungsmitteldurchmesser in mm

Für beidseitige und mittige Queranschlüsse wird t_{ef} wie folgt berechnet:

$t_{ef} = \min \{b; 2 \cdot t_{pen}; 24 \cdot d\}$	für Holz-Holz- oder Holzwerkstoff-Holz-Verbindungen mit Nägeln oder Holzschrauben
$t_{ef} = \min \{b; 2 \cdot t_{pen}; 30 \cdot d\}$	für Stahlblech-Holz-Nagelverbindungen
$t_{ef} = \min \{b; 2 \cdot t_{pen}; 12 \cdot d\}$	für Stabdübel- und Bolzenverbindungen
$t_{ef} = \min \{b; 100 \text{ mm}\}$	für Verbindungen mit Dübeln besonderer Bauart
$t_{ef} = \min \{b; 6 \cdot d\}$	für Verbindungen mit innen liegenden, profilierten Stahlstäben

Für einseitige Queranschlüsse wird t_{ef} wie folgt berechnet:

$t_{ef} = \min \{b; 2 \cdot t_{pen}; 12 \cdot d\}$	für Holz-Holz- oder Holzwerkstoff-Holz-Verbindungen mit Nägeln oder Holzschrauben
$t_{ef} = \min \{b; 2 \cdot t_{pen}; 15 \cdot d\}$	für Stahlblech-Holz-Nagelverbindungen
$t_{ef} = \min \{b; 2 \cdot t_{pen}; 6 \cdot d\}$	für Stabdübel- und Bolzenverbindungen
$t_{ef} = \min \{b; 50 \text{ mm}\}$	für Verbindungen mit Dübeln besonderer Bauart

Mehrere Verbindungsmittelgruppen nebeneinander

Sind mehrere Verbindungsmittelgruppen nebeneinander angeordnet, darf der Bemessungswert der Tragfähigkeit $F_{90,Rd}$ für eine Verbindungsmittelgruppe nach Gl. (1.4) ermittelt werden, wenn der lichte Abstand in Faserrichtung zwischen den Verbindungsmittelgruppen mindestens $2 \cdot h$ beträgt.

Beträgt der lichte Abstand in Faserrichtung zwischen mehreren nebeneinander angeordneten Verbindungsmittelgruppen nicht mehr als $0,5 \cdot h$, sind die Verbindungsmittel dieser Gruppen als eine Verbindungsmittelgruppe zu betrachten.

Beträgt der lichte Abstand in Faserrichtung von zwei nebeneinander angeordneten Verbindungsmittelgruppen mindestens $0,5 \cdot h$ und weniger als $2 \cdot h$, ist der Bemessungswert der Tragfähigkeit $F_{90,Rd}$ nach Gleichung (1.4) je Verbindungsmittelgruppe mit dem Beiwert $k_g = (l_g / 4 \cdot h) + 0,5$ zu reduzieren:

l_g lichter Abstand zwischen den Verbindungsmittelgruppen

Sind mehr als zwei Verbindungsmittelgruppen mit $l_g < 2 \cdot h$ nebeneinander angeordnet, bei denen der Bemessungswert der Kraftkomponente rechtwinklig zur Faserrichtung $F_{v,Ed}$ größer ist als die Hälfte des mit dem Beiwert k_g reduzierten Bemessungswertes der Tragfähigkeit $F_{90,Rd}$, sind die Querzugkräfte durch Verstärkungen aufzunehmen.

Beispiel 1-1 Unverstärkter Queranschluss an einen GL32h-Träger auf zwei Stützen

An einen Brettschichtholzträger soll ein zweiteiliger Stab mit SDÜ angeschlossen werden.

$$F_{Ed} = 48 \text{ kN} \quad \text{KLED=mittel, NKL 1}$$

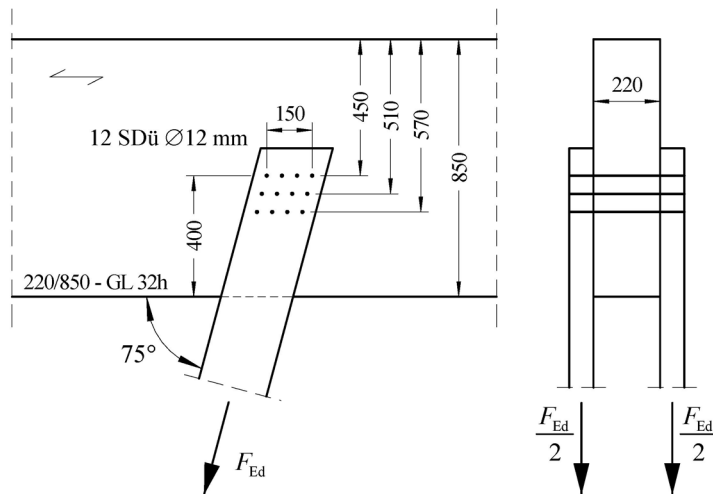


Abb. 1-2 Beispiel 1-1

Beanspruchbarkeit für Querzug

$$t_{ef} = \min \{ b; 2 \cdot t_{pen}; 12 \cdot d \} = \min \{ 220; 2 \cdot 220; 12 \cdot 12 \} = 144 \text{ mm}$$

$$k_s = \max \left\{ 1; \left(0,7 + \frac{1,4 \cdot a_r}{h} \right) \right\} = \max \left\{ 1; \left(0,7 + \frac{1,4 \cdot 150}{850} \right) \right\} = 1$$

$$k_r = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (h_i/h_i)^2} = \frac{3}{(450/450)^2 + (450/510)^2 + (450/570)^2} = 1,249$$

$$F_{90,Rd} = k_s \cdot k_r \cdot \left(6,5 + \frac{18 \cdot h_c^2}{h^2} \right) \cdot (t_{ef} \cdot h)^{0,8} \cdot f_{t,90,d}$$

$$F_{90,Rd} = 1 \cdot 1,249 \cdot \left(6,5 + \frac{18 \cdot 400^2}{850^2} \right) \cdot (144 \cdot 850)^{0,8} \cdot 0,308 = 47.420 \text{ N}$$

$$F_{v,Ed} = F_{Ed} \cdot \sin \alpha = 48 \cdot \sin 75^\circ = 46,4 \text{ kN}$$

Nachweis

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{90,Rd}} = \frac{46,4}{47,4} = 0,98 < 1$$

Ende Beispiel 1-1

1.3 Verstärkung von Queranschlüssen

Die Verstärkung eines Queranschlusses darf für die Kraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.7) bemessen werden:

$$F_{t,90,d} = (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) \cdot F_{Ed} \quad (1.7)$$

F_{Ed} Bemessungswert der Anschlusskraft rechtwinklig zur Faserrichtung, siehe Abb. 1-3 und Abb. 1-4

$\alpha = h_e / h$, siehe Abb. 1-3 und Abb. 1-4

α	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3$	0,9720	0,9393	0,8960	0,8438	0,7840	0,7183	0,6480	0,5748	0,5000
α	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
$1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3$	0,4253	0,3520	0,2818	0,2160	0,1563	0,1040	0,0607	0,0280	0,0072

1.3.1 Verstärkung von Queranschlüssen durch eingeklebte Stahlstäbe

Der querzuggefährdete Bereich befindet sich in der Entfernung h_e von der Unterkante des horizontalen Querschnittes in Abb. 1-3. Die eingeklebten Stahlstäbe übernehmen die Lastübertragung analog einer Bewehrung im Stahlbetonbau.

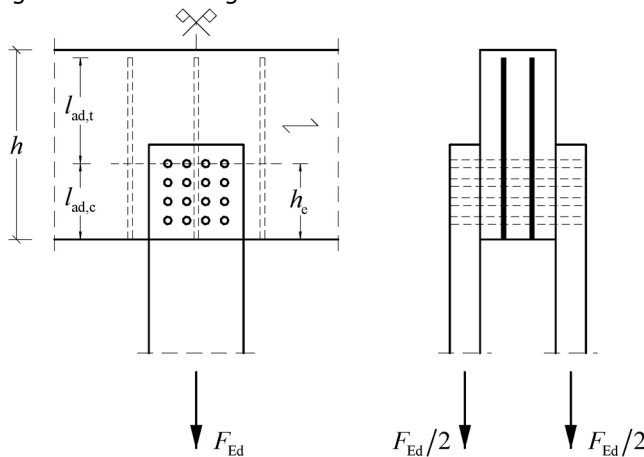


Abb. 1-3 Verstärkung eines Queranschlusses durch eingeklebte Stahlstäbe

Aus der Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.7) entsteht eine Schubspannung in der Klebfuge, die als gleichmäßig verteilt angenommen wird. Die Bedingung der Gl. (1.8) muss eingehalten werden:

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{kl,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.8)$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{n \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad}} \quad (1.9)$$

l_{ad} $l_{ad} = \min \{ l_{ad,c}; l_{ad,t} \}$ und $l_{ad} \geq \max \{ 0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r \}$, siehe Abb. 1-3

n Anzahl der Stahlstäbe, dabei darf außerhalb des Queranschlusses in Trägerlängsrichtung nur jeweils ein Stab in Rechnung gestellt werden

$f_{kl,d}$ Bemessungswert der Klebfugenfestigkeit, charakteristische Werte siehe Tab. 1-3 (S.10)

d_r Außendurchmesser des Stahlstabs

Die maximal von der Klebfuge aufnehmbare Zugkraft für einen einzelnen eingeklebten Stahlstab kann Tab. 1-4 (S.10) entnommen oder wie folgt bestimmt werden:

$$F_{t,90,Rd} = f_{kl,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} \quad (1.10)$$

Die Tragfähigkeit $F_{t,90,Rd}$ der Stahlstäbe kann Tab. 1-1 (S.8) entnommen werden.

1.3.2 Außen aufgeklebte Verstärkungen von Queranschlüssen

Der querzuggefährdete Bereich befindet sich in der Entfernung h_e von der Unterkante des horizontalen Querschnittes in Abb. 1-4. Die aufgeklebten Verstärkungen übernehmen die Lastübertragung.

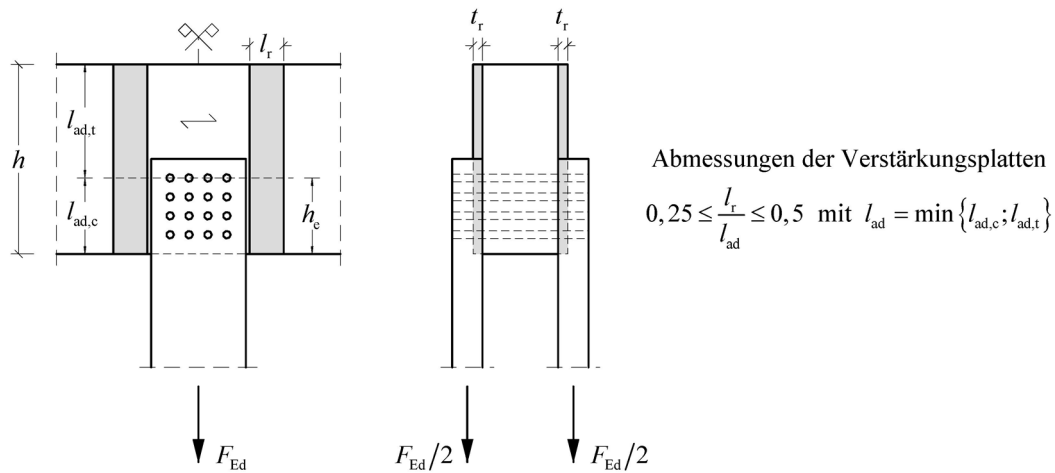


Abb. 1-4 Außen liegende Verstärkung eines Queranschlusses

Aus der Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.7) entsteht eine Schubspannung in der Klebfuge, die als gleichmäßig verteilt angenommen wird. Folgende Bedingung der Gl. (1.11) muss eingehalten werden:

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k2,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.11)$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{4 \cdot l_{ad} \cdot l_r} \quad (1.12)$$

$$l_{ad} = \min\{l_{ad,c}; l_{ad,t}\} \quad , \text{ siehe Abb. 1-4}$$

$$l_r \quad \text{Breite einer Verstärkungsplatte, } 0,25 \cdot l_{ad} \leq l_r \leq 0,5 \cdot l_{ad} \quad \text{siehe Abb. 1-4}$$

$$f_{k2,d} \quad \text{Bemessungswert der Klebfugenfestigkeit, charakteristische Werte siehe Tab. 1-3 (S.10)}$$

Der Nachweis der Zugspannungen in den aufgeklebten Verstärkungsplatten aus Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.7) wird nach der folgenden Gln. (1.13) geführt:

$$1,5 \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.13)$$

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{n_r \cdot t_r \cdot l_r} \quad (1.14)$$

$$n_r \quad \text{Anzahl der Verstärkungsplatten}$$

$$t_r \quad \text{Dicke einer Verstärkungsplatte, siehe Abb. 1-4}$$

$$f_{t,d} \quad \text{Bemessungswert der Zugfestigkeit des Plattenwerkstoffes in Richtung von } F_{t,90,d}$$

Verstärkungen mit Nagelplatten werden sinngemäß angeordnet und nachgewiesen.

Beispiel 1-2 Verstärkung eines Queranschlusses an einem GL24h-Träger

Der Queranschluss an einen Träger aus GL24h soll durch eingeklebte Gewindestangen oder aufgeklebte Sperrholzstreifen verstärkt werden. Die anzuschließende Kraft F_{Ed} wird über einen zweiteiligen vertikalen Stab mit Stabdübeln in den horizontalen BSH-Träger eingeleitet.

Der Bemessungswert der der Belastung beträgt $F_{Ed} = 30 \text{ kN}$. Für die jeweilige Verstärkungsvariante soll überprüft werden, ob diese Belastung aufgenommen werden kann. Falls die Belastung unzulässig hoch ist, soll der maximal aufnehmbare Wert ermittelt werden.

KLED = kurz, Nutzungsklasse NKL 1.

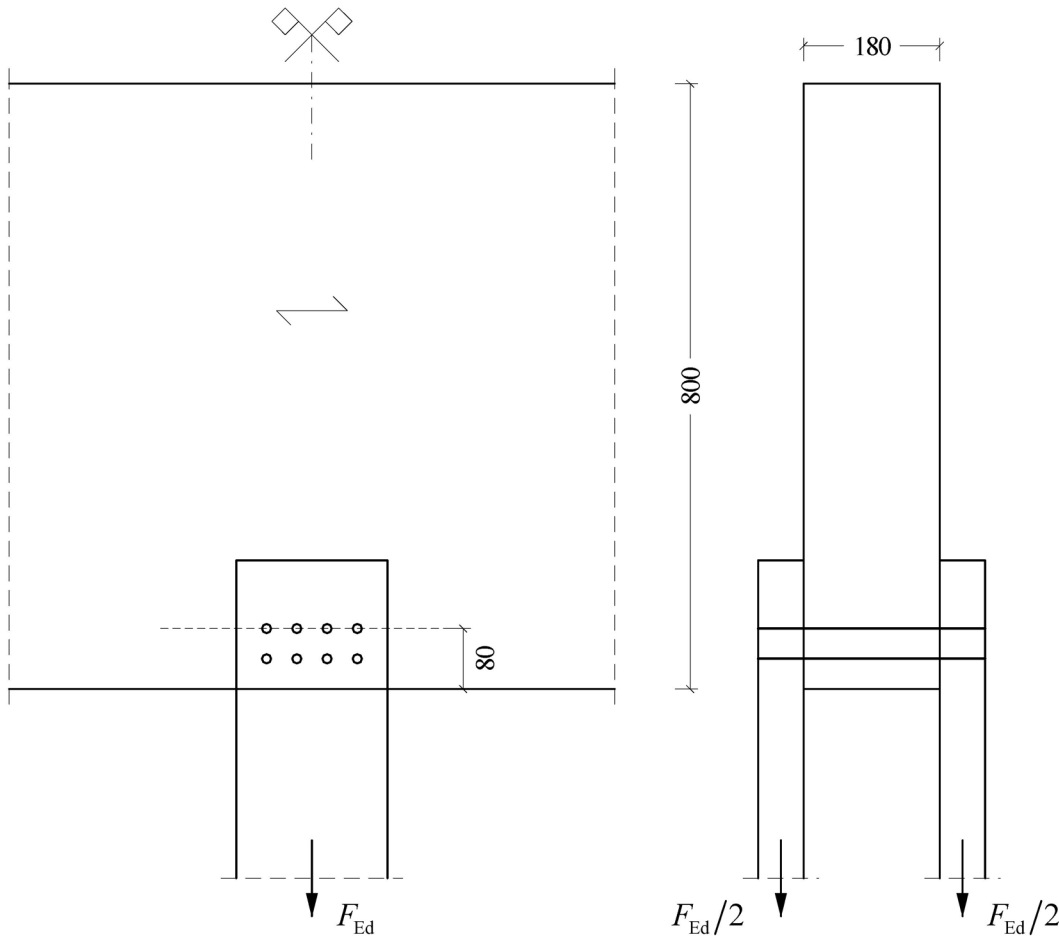


Abb. 1-5 Beispiel 1-2

- Bemessungswert der Anschlusskraft rechtwinklig zur Faserrichtung nach Gl. (1.7)

$$\alpha = h_e/h = 80/800 = 0,1$$

$$F_{t,90,d} = (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) \cdot F_{Ed} = (1 - 3 \cdot 0,1^2 + 2 \cdot 0,1^3) \cdot 30 = 0,972 \cdot 30 = 29,16 \approx 29,2 \text{ kN}$$

- Verstärkung mit eingeklebten Gewindestangen, $d_r = 8 \text{ mm}$, Festigkeitsklasse 4.8

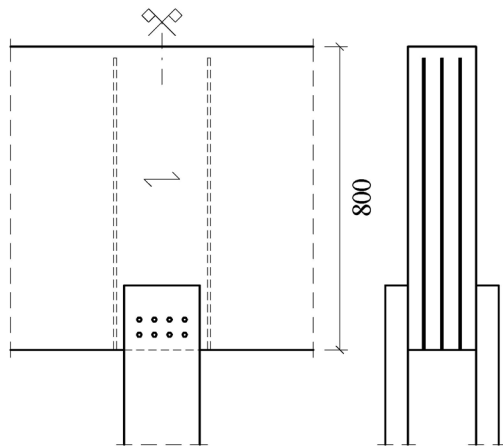
$$\text{Mindesteinkleblänge } l_{ad} = 80 \geq \max \{0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r\} = \max \{0,5 \cdot 8^2; 10 \cdot 8\} = 80 \rightarrow \text{eingehalten}$$

Tragfähigkeit der Klebfuge einer einzelnen Gewindestange, siehe Gl. (1.10)

$$l_{ad} \leq 250 \text{ mm} \rightarrow f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t,90,Rd} = f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} = 2,77 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 80 = 5.568 \text{ N} = 5,57 \text{ kN}$$

$$\text{oder nach Tab. 1-4 (S.10): } F_{t,90,Rd} = 1,125 \cdot 4,95 = 5,57 \text{ kN}$$



Der Vergleich mit dem Tragfähigkeitswert für diese Gewindestange aus Tab. 1-1 (S.8) zeigt, dass die Tragfähigkeit der Klebfuge maßgeblich ist.

Benötigte Anzahl von Gewindestangen:

$$n = \frac{29,2}{5,57} = 5,2 \rightarrow 6$$

Abb. 1-6 Verstärkung durch eingeklebte Gewindestangen im Beispiel 1-2

- Außen aufgeklebte Verstärkung mit 12 mm dickem Sperrholz F20/10 E40/20

Mindestbreite der 4 Sperrholzstreifen aus der Tragfähigkeit der Klebfuge, s. Gln. (1.11) und (1.12)

$$f_{k2,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k2,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{0,75}{1,3} = 0,519 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{ef,d} = f_{k2,d} = \frac{F_{t,90,d}}{4 \cdot l_{ad} \cdot \min l_r} \rightarrow \min l_r = \frac{F_{t,90,d}}{4 \cdot l_{ad} \cdot f_{k2,d}} = \frac{29.200}{4 \cdot 80 \cdot 0,519} = 175 \text{ mm}$$

Ist die Mindestbreite der Verstärkungsplatten zulässig?

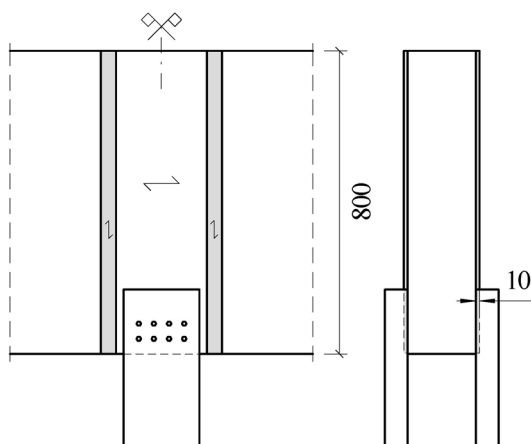
$$\frac{\min l_r}{l_{ad}} = \frac{175}{80} > 0,5 \rightarrow F_{t,90,d} \text{ ist nicht mit außen liegender Verstärkung aufnehmbar.}$$

Welche maximale Belastung $F_{t,90,d}$ ist von der Klebfuge aufnehmbar?

$$0,25 \cdot l_{ad} \leq l_r \leq 0,5 \cdot l_{ad} \rightarrow \max l_r = 0,5 \cdot 80 = 40 \text{ mm}$$

$$\tau_{ef,d} = f_{k2,d} = \frac{F_{t,90,Rd}}{4 \cdot l_{ad} \cdot \max l_r} \rightarrow F_{t,90,Rd} = \max l_r \cdot 4 \cdot l_{ad} \cdot f_{k2,d} = 40 \cdot 4 \cdot 80 \cdot 0,519 = 6.643 \text{ N}$$

$$F_{t,90,Rd} = (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) \cdot \max F_{Ed} \rightarrow \max F_{Ed} = \frac{6.643}{(1 - 3 \cdot 0,1^2 + 2 \cdot 0,1^3)} = 6,83 \text{ kN}$$



Nachweis der Zugspannungen in der Sperrholzplatte

$$f_{t,d} = 1,125 \cdot 5,54 = 6,23$$

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{n_r \cdot t_r \cdot l_r} = \frac{6.643}{4 \cdot 12 \cdot 40} = 3,46 \text{ N/mm}^2$$

$$1,5 \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} = 1,5 \cdot \frac{3,46}{6,23} = 0,83 < 1$$

Abb. 1-7 Verstärkung durch seitlich aufgeklebte Sperrholzplatten im Beispiel 1-2

Ende Beispiel 1-2

1.4 Unverstärkte Durchbrüche

Die nachfolgenden Regelungen gelten nur für unverstärkte Durchbrüche in Brettschichtholz und Furnierschichtholz mit einem lichten Maß $d > 50 \text{ mm}$, siehe Abb. 1-8. Öffnungen mit $d \leq 50 \text{ mm}$ werden nach den Regeln für Querschnittsschwächungen berücksichtigt. Durchbrüche dürfen nicht in unverstärkten Trägerbereichen mit planmäßiger Beanspruchung durch Querzug angeordnet werden. Unverstärkte Durchbrüche dürfen nur in den Nutzungsklassen 1 und 2 verwendet werden. Die folgende Bedingung muss erfüllt sein:

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot l_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.15)$$

$$k_{t,90} = \min \left\{ \frac{\sqrt{450/h}}{1} \right\} \quad (1.16)$$

$F_{t,90,d}$ Bemessungswert Querzugkraft nach Gl. (1.17), verursacht durch Querkraft und Moment im Träger

$$l_{t,90} = 0,5 \cdot (h_d + h) \quad \text{für rechteckige Durchbrüche}$$

$$= 0,353 \cdot h_d + 0,5 \cdot h \quad \text{für kreisförmige Durchbrüche}$$

b Trägerbreite am Durchbruch

h Trägerhöhe am Durchbruch in [mm]

$f_{t,90,d}$ Bemessungswert der Zugfestigkeit des Brett- oder Furnierschichtholzes rechtwinklig zur Faserrichtung

Der Bemessungswert der Querzugkraft wird ermittelt mit:

$$F_{t,90,d} = F_{t,V,d} + F_{t,M,d} = \underbrace{\frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right)}_{F_{t,V,d}} + \underbrace{0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r}}_{F_{t,M,d}} \quad (1.17)$$

V_d Betrag des Bemessungswertes der Querkraft am Durchbruchsrand

M_d Betrag des Bemessungswertes des Biegemomentes am Durchbruchsrand

h_d in Gl. (1.17) darf bei runden Durchbrüchen anstelle h_d der Wert $0,7 \cdot h_d$ eingesetzt werden

$h_r = \min \{ h_{ro}; h_{ru} \}$ für rechteckige Durchbrüche

$= \min \left\{ \begin{array}{l} h_{ro} + 0,15 \cdot h_d \\ h_{ru} + 0,15 \cdot h_d \end{array} \right\}$ für kreisförmige Durchbrüche

Unverstärkte Durchbrüche müssen folgende geometrischen Bedingungen erfüllen, siehe Abb. 1-8:

$\left\{ \begin{array}{l} l_v \geq h \\ l_z \geq 1,5 \cdot h \text{ und } l_z \geq 300 \text{ mm} \\ l_A \geq 0,5 \cdot h \\ h_{ro} \geq 0,35 \cdot h \\ h_{ru} \geq 0,35 \cdot h \\ a \leq 0,4 \cdot h \\ h_d \leq 0,15 \cdot h \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} l_v \text{ Abstand vom Trägerende} \\ l_z \text{ lichter Abstand benachbarter Durchbrüche} \\ l_A \text{ lichter Abstand von der Auflagermitte} \\ h_{ro} \text{ Restquerschnittshöhe oberhalb} \\ h_{ru} \text{ Restquerschnittshöhe unterhalb} \\ a \text{ Länge bzw. Durchmesser des Durchbruchs} \\ h_d \text{ Höhe bzw. Durchmesser des Durchbruchs} \end{array} \right.$	(1.18)
---	--	--------

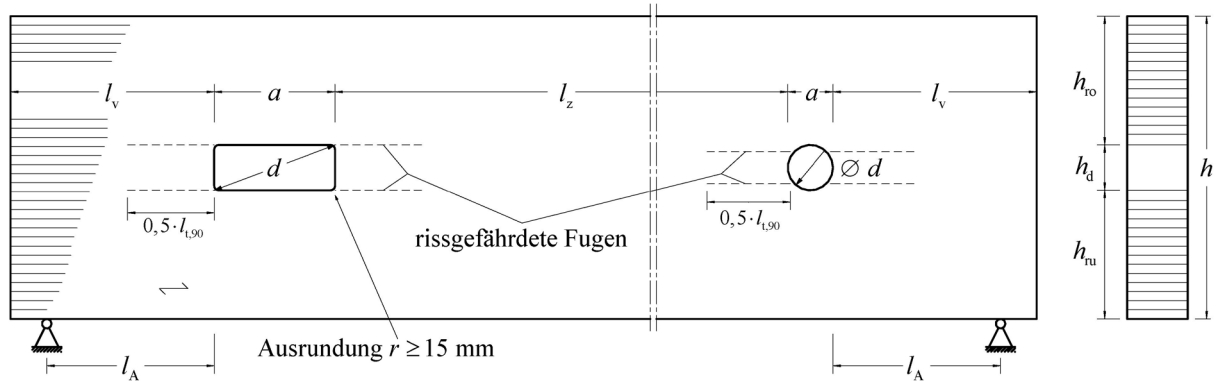
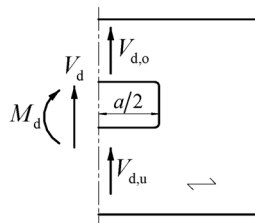


Abb. 1-8 Maßbezeichnungen bei Durchbrüchen

1.4.1 Erhöhte Biegespannungen bei rechteckigen unverstärkten Durchbrüchen

In den Ecken von rechteckigen Durchbrüchen treten erhöhte Biegespannungen auf. Das Verfahren zur Bestimmung dieser Spannungen ist in [1] beschrieben. Folgende Schritte werden durchgeführt:

- Berechnungen der Biegerandspannungen $\sigma_{m,d,o}$ und $\sigma_{m,d,u}$ am geschwächten Querschnitt in der Mitte des Durchbruchs
- Berechnung der Zusatzmomente nach Gl. (1.20) und der daraus entstehenden zusätzlichen Spannungen $\Delta\sigma_{m,d,o}$ und $\Delta\sigma_{m,d,u}$ im oberen/unteren Teilquerschnitt am Rand des Durchbruchs
- Nachweis der erhöhten Biegespannungen, also für $\sigma_{m,d,o} + \Delta\sigma_{m,d,o}$ und $\sigma_{m,d,u} + \Delta\sigma_{m,d,u}$



$$V_{d,o} = \frac{h_{ro}}{h_{ro} + h_{ru}} \cdot V_d \quad \text{und} \quad V_{d,u} = \frac{h_{ru}}{h_{ro} + h_{ru}} \cdot V_d \quad (1.19)$$

$$\Delta M_{d,o} = V_{d,o} \cdot \frac{a}{2} \quad \text{und} \quad \Delta M_{d,u} = V_{d,u} \cdot \frac{a}{2} \quad (1.20)$$

$V_d; M_d$	Bemessungswerte von Querkraft und Moment in der Mitte des Durchbruchs
$V_{d,o}; V_{d,u}$	Bemessungswerte der Querkraftanteile oben/unten in der Mitte des Durchbruchs
$\Delta M_{d,o}; \Delta M_{d,u}$	Bemessungswerte der Zusatzmomente am Rand des Durchbruchs

Der Nachweis der Biegespannungen bei kreisförmigen Durchbrüchen wird mit dem Nettoquerschnitt des Trägers geführt. Die Zusatzmomente nach Gl. (1.20) bleiben unberücksichtigt.

Beispiel 1-3 GL24h-Träger mit zwei unverstärkten Durchbrüchen

In einem Brettschichtholzträger sind ein rechteckiger Durchbruch und ein runder Durchbruch erforderlich. Es muss der Nachweis geführt werden, dass diese Durchbrüche ohne Verstärkung zulässig sind.

$$q_d = 50 \text{ kN/m} \quad \text{KLED=kurz, NKL 2}$$

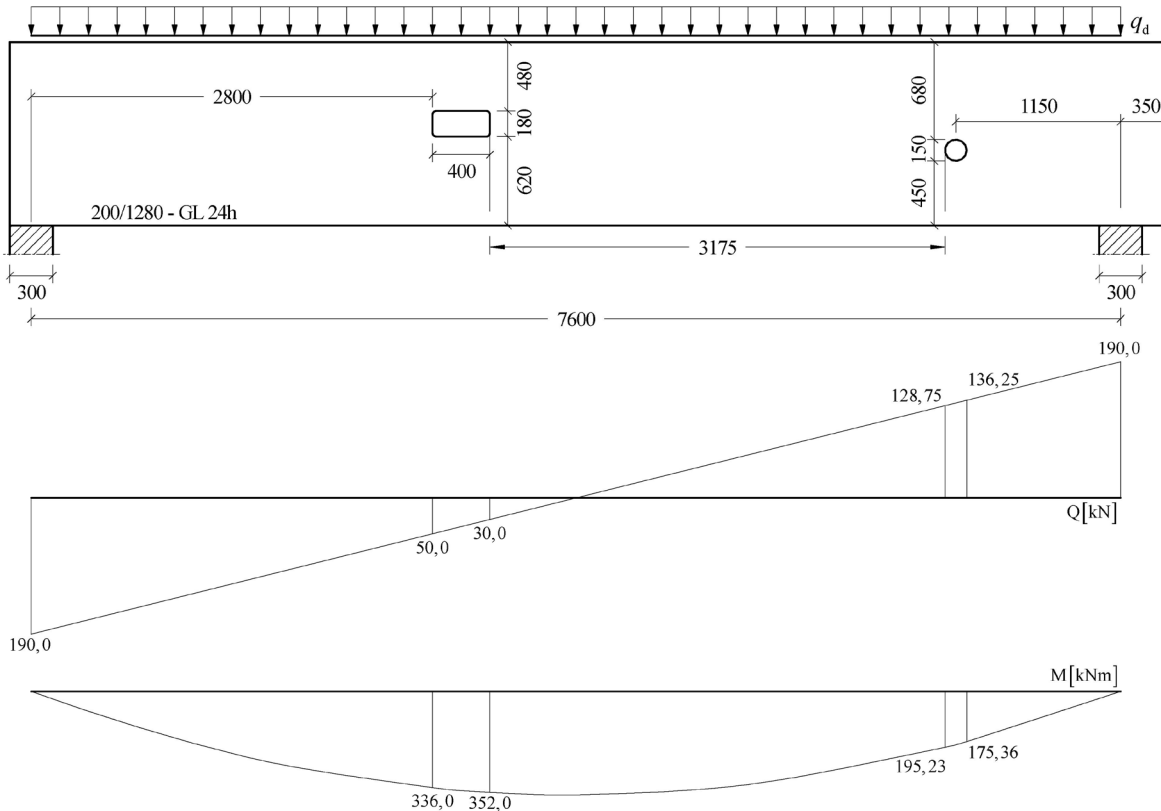


Abb. 1-9 Beispiel 1-3

geometrische Bedingung	rechteckiger Durchbruch	kreisförmiger Durchbruch
$l_v \geq h$	$2.950 > 1.280$	$1.425 > 1.280$
$l_z \geq 1,5 \cdot h$ und $l_z \geq 300$	$3.175 > (1,5 \cdot 1.280 = 1.920)$ und $3.175 > 300$	
$l_A \geq 0,5 \cdot h$	$2.800 > 640$	$1.150 - 75 = 1.075 > 640$
$h_{ro} \geq 0,35 \cdot h$	$480 > (0,35 \cdot 1.280 = 448)$	$680 > 448$
$h_{ru} \geq 0,35 \cdot h$	$620 > 448$	$450 > 448$
$a \leq 0,4 \cdot h$	$400 < 0,4 \cdot 1.280 = 512$	$150 < 512$
$h_d \leq 0,15 \cdot h$	$180 < 0,15 \cdot 1.280 = 192$	$150 < 192$

$$f_{t,90,d} = 0,308 \text{ N/mm}^2 \quad k_{t,90} = \min \left\{ \frac{\sqrt{450/h}}{1} \right\} = \min \left\{ \frac{\sqrt{450/1.280}}{1} \right\} = 0,593$$

- Tragfähigkeitsnachweis am rechteckigen Durchbruch

Querzug am linken Rand des rechteckigen Durchbruchs

$$h_r = \min \{ h_{ro}; h_{ru} \} = \min \{ 480; 620 \} = 480 \text{ mm}$$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{50,0 \cdot 10^3 \cdot 180}{4 \cdot 1.280} \cdot \left(3 - \frac{180^2}{1.280^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{336,0 \cdot 10^6}{480}$$

$$F_{t,90,d} = 5.239 + 5.600 = 10.839 \text{ N}$$

Querzug am rechten Rand des rechteckigen Durchbruchs

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{30,0 \cdot 10^3 \cdot 180}{4 \cdot 1.280} \cdot \left(3 - \frac{180^2}{1.280^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{352,0 \cdot 10^6}{480}$$

$$F_{t,90,d} = 3.143 + 5.867 = 9.010 \text{ N} \rightarrow \text{nicht maßgeblich}$$

Nachweis des Querzugs am maßgeblichen Rand des rechteckigen Durchbruchs

$$l_{t,90} = 0,5 \cdot (h_d + h) = 0,5 \cdot (180 + 1.280) = 730 \text{ mm}$$

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot l_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{10.839}{0,5 \cdot 730 \cdot 200 \cdot 0,593 \cdot 0,308} = 0,81 < 1$$

Nachweis der Biegespannungen am rechteckigen Durchbruch

In der Mitte des Durchbruchs betragen die Biegerandspannungen am geschwächten Querschnitt

$$\sigma_{m,d,o} = 6,49 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{m,d,u} = 6,26 \text{ N/mm}^2$$

Erhöhung der Biegespannungen

$$\begin{array}{l|l} V_{d,o} = \frac{h_{ro}}{h_{ro} + h_{ru}} \cdot V_d = \frac{480}{480 + 620} \cdot 40.000 = 17.455 \text{ N} & V_{d,u} = \frac{620}{480 + 620} \cdot 40.000 = 22.545 \text{ N} \\ \Delta M_{d,o} = V_{d,o} \cdot \frac{a}{2} = 17.455 \cdot 200 = 3,491 \cdot 10^6 \text{ Nmm} & \Delta M_{d,u} = 22.545 \cdot 200 = 4,509 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \\ \Delta \sigma_{m,d,o} = \frac{\Delta M_{d,o}}{W_o} = \frac{3,491 \cdot 10^6 \cdot 6}{200 \cdot 480^2} = 0,45 \text{ N/mm}^2 & \Delta \sigma_{m,d,u} = \frac{\Delta M_{d,u}}{W_u} = \frac{4,509 \cdot 10^6 \cdot 6}{200 \cdot 620^2} = 0,35 \text{ N/mm}^2 \end{array}$$

Nachweis der erhöhten Biegespannungen am rechteckigen Durchbruch

$$\max \sigma_{m,d} = \sigma_{m,d,o} + \Delta \sigma_{m,d,o} = 6,49 + 0,45 = 6,94 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{6,94}{0,9 \cdot \frac{24}{1,3}} = 0,42 < 1$$

- Tragfähigkeitsnachweis am kreisförmigen Durchbruch

$$h_r = \min \left\{ \begin{array}{l} h_{ro} + 0,15 \cdot h_d \\ h_{ru} + 0,15 \cdot h_d \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 680 + 0,15 \cdot 150 \\ 450 + 0,15 \cdot 150 \end{array} \right\} = 472,5 \text{ mm}$$

Querzug am linken Rand des kreisförmigen Durchbruchs mit $0,7 \cdot h_d = 0,7 \cdot 150 = 105 \text{ mm}$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{128,75 \cdot 10^3 \cdot 105}{4 \cdot 1.280} \cdot \left(3 - \frac{105^2}{1.280^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{195,23 \cdot 10^6}{472,5}$$

$$F_{t,90,d} = 7.903 + 3.306 = 11.209 \text{ N}$$

Querzug am rechten Rand des kreisförmigen Durchbruchs mit $0,7 \cdot h_d = 0,7 \cdot 150 = 105 \text{ mm}$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{136,25 \cdot 10^3 \cdot 105}{4 \cdot 1.280} \cdot \left(3 - \frac{105^2}{1.280^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{175,36 \cdot 10^6}{472,5}$$

$$F_{t,90,d} = 8.364 + 2.969 = 11.333 \text{ N}$$

Tragfähigkeitsnachweis am kreisförmigen Durchbruch

$$l_{t,90} = 0,353 \cdot h_d + 0,5 \cdot h = 0,353 \cdot 150 + 0,5 \cdot 1.280 = 693 \text{ mm}$$

$$\frac{F_{t,90,d}}{0,5 \cdot l_{t,90} \cdot b \cdot k_{t,90} \cdot f_{t,90,d}} = \frac{11.333}{0,5 \cdot 693 \cdot 200 \cdot 0,593 \cdot 0,308} = 0,90 \leq 1$$

Ende Beispiel 1-3

1.5 Verstärkung von Durchbrüchen bei Biegestäben mit Rechteckquerschnitt

Die Verstärkung eines Durchbruchs darf für eine Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.17) bemessen werden. Verstärkte Durchbrüche müssen folgende geometrischen Bedingungen erfüllen, siehe Abb. 1-8:

$\left\{ \begin{array}{l} l_v \geq h \\ l_z \geq h \text{ und } l_z \geq 300 \text{ mm} \\ l_A \geq 0,5 \cdot h \\ h_{ro} \geq 0,25 \cdot h \\ h_{ru} \geq 0,25 \cdot h \\ a \leq h \text{ und } (a/h_d) \leq 2,5 \\ h_d \leq 0,3 \cdot h \text{ bei innen liegender Verstärk.} \\ h_d \leq 0,4 \cdot h \text{ bei außen liegender Verstärk.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{ll} l_v & \text{Abstand vom Trägerende} \\ l_z & \text{lichter Abstand benachbarter Durchbrüche} \\ l_A & \text{Abstand von der Auflagermitte} \\ h_{ro} & \text{Restquerschnittshöhe oberhalb} \\ h_{ru} & \text{Restquerschnittshöhe unterhalb} \\ a & \text{Länge bzw. Durchmesser des Durchbruchs} \\ h_d & \text{Höhe bzw. Durchmesser des Durchbruchs} \end{array} \right.$	(1.21)
--	--	--------

1.5.1 Querzugbeanspruchte Bereiche

Verstärkungen müssen für jeden gefährdeten Bereich nachgewiesen werden.

Die Lage der querzugbeanspruchten Bereiche kann Abb. 1-10 entnommen werden. Für die angegebenen Richtungen der Querkraft V_d und des Momentes M_d sind folgende Bereiche beansprucht:

1 und 2 wenn nach Gl. (1.17) $F_{t,M,d} \leq F_{t,V,d}$, siehe Abb. 1-10

1, 2 und 3 wenn nach Gl. (1.17) $F_{t,M,d} > F_{t,V,d}$, siehe Abb. 1-11

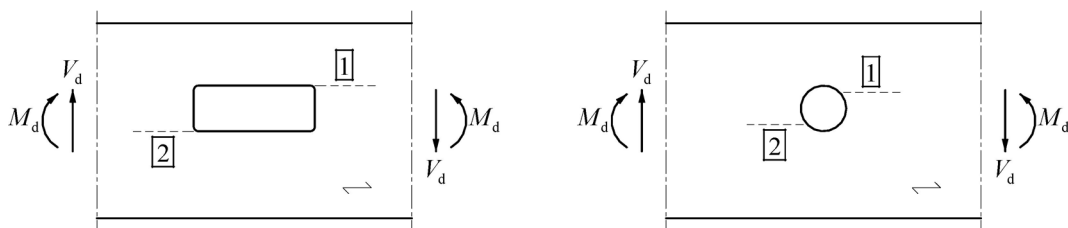


Abb. 1-10 Lage der querzugbeanspruchten Bereiche bei $F_{t,M,d} \leq F_{t,V,d}$

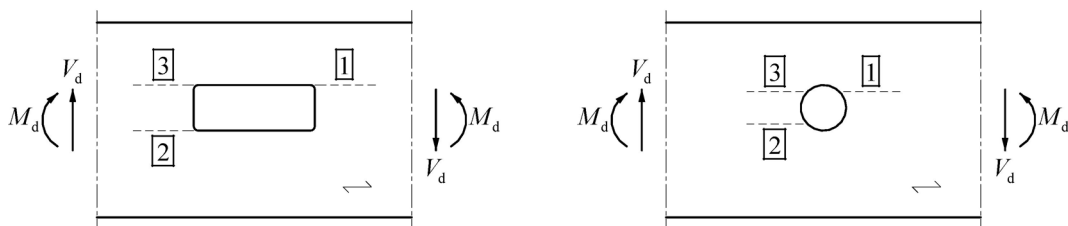
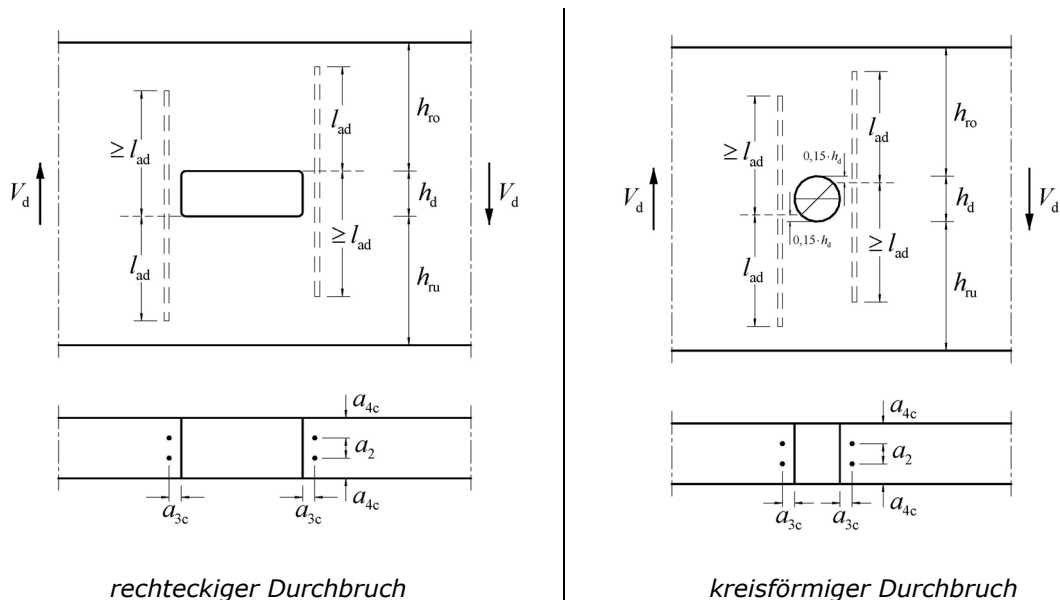


Abb. 1-11 Lage der querzugbeanspruchten Bereiche bei $F_{t,M,d} > F_{t,V,d}$

1.5.2 Verstärkung von Durchbrüchen durch eingeklebte Stahlstäbe

Der querzuggefährdete Bereich befindet sich bei rechteckigen Durchbrüchen in der Höhe der querzugbeanspruchten Durchbruchsecken und bei kreisförmigen Durchbrüchen in der Höhe der querzugbeanspruchten Durchbruchsränder unter 45° zur Trägerachse vom Kreismittelpunkt aus, siehe Abb. 1-12. Die eingeklebten Stahlstäbe übernehmen die Lastübertragung analog einer Bewehrung im Stahlbetonbau. Bei rechteckigen Durchbrüchen mit innen liegenden Verstärkungen müssen die erhöhten Biege- und Schubspannungen im Bereich der Durchbruchecken nachgewiesen werden.



rechteckiger Durchbruch

kreisförmiger Durchbruch

Abb. 1-12 Verstärkung von Durchbrüchen durch eingeklebte Stahlstäbe

Aus der Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.17) entsteht eine Schubspannung in der Klebfuge, die als gleichmäßig verteilt angenommen wird. Die Bedingung der Gl. (1.22) muss eingehalten werden:

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{kl,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.22)$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{n \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad}} \quad (1.23)$$

l_{ad} $l_{ad} = h_{ru} + 0,15 \cdot h_d$ bzw. $l_{ad} = h_{ro} + 0,15 \cdot h_d$ max. Einkleblänge für kreisförmige Durchbrüche, $l_{ad} = h_{ru}$ bzw. $l_{ad} = h_{ro}$ max. Einkleblänge für rechteckige Durchbrüche, siehe Abb. 1-12

n Anzahl der Stahlstäbe, dabei darf je Seite des Durchbruchs in Trägerlängsrichtung nur jeweils ein Stab in Rechnung gestellt werden

d_r Außendurchmesser des Stahlstabes, $d_r \leq 20$ mm

$f_{kl,d}$ Bemessungswert der Klebfugenfestigkeit, charakteristische Werte siehe Tab. 1-3 (S.10)

Die maximal von der Klebfuge aufnehmbare Zugkraft für einen einzelnen eingeklebten Stahlstab kann Tab. 1-4 (S.10) entnommen oder wie folgt bestimmt werden:

$$F_{t,90,Rd} = f_{kl,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} \quad (1.24)$$

Gln. (1.22), (1.23) und (1.24) sind identisch mit Gln. (1.8), (1.9) und (1.10).

1.5.3 Erhöhte Spannungen bei rechteckigen Durchbrüchen mit innen liegenden Verstärkungen

In den Ecken von rechteckigen Durchbrüchen treten sowohl erhöhte Biegespannungen als auch erhöhte Schubspannungen auf. Das Verfahren zur Bestimmung dieser Spannungen ist in [DIN 1] beschrieben.

Näherungsweise Berechnung der erhöhten Biegespannungen

Das Berechnungsverfahren ist in 1.4.1 (S.19) angegeben.

Näherungsweise Berechnung der erhöhten Schubspannungen im Träger

Unter der Voraussetzung, dass die Geometrie des rechteckigen Durchbruchs die Bedingungen $0,1 \leq a/h \leq 1,0$ und $0,1 \leq h_d/h \leq 0,4$ erfüllt, kann der Höchstwert der maßgebenden Schubspannung nach Gl. (1.25) ermittelt werden.

$$\tau_{\max} = \kappa_{\max} \cdot \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot (h - h_d)} \quad \text{mit} \quad (1.25)$$

$$\kappa_{\max} = 1,84 \cdot \left(1 + \frac{a}{h}\right) \cdot \left(\frac{h_d}{h}\right)^{0,2} \quad (1.26)$$

Diese Schubspannung wird für den Schubspannungsnachweis des Trägers verwendet. Die Verstärkung wird hierbei nicht berücksichtigt.

1.5.4 Außen aufgeklebte Verstärkungen von Durchbrüchen

Die aufgeklebten Verstärkungen übernehmen die Lastübertragung.

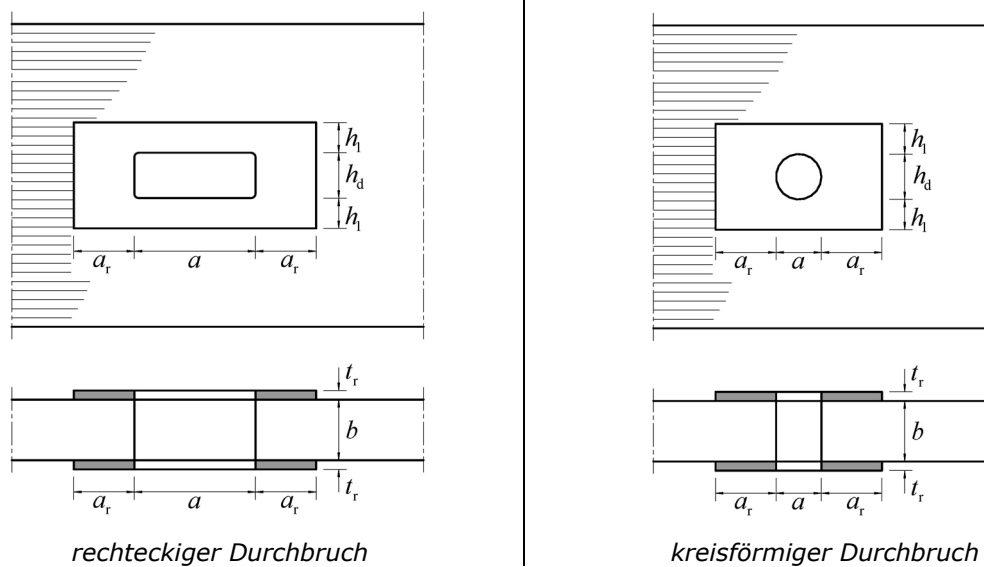


Abb. 1-13 Außen liegende Verstärkung von Durchbrüchen

Aus der Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.17) entsteht eine Schubspannung in der Klebfuge, die als gleichmäßig verteilt angenommen wird. Die Bedingung der Gl. (1.27) muss eingehalten werden:

$$\frac{\tau_{\text{ef},d}}{f_{k2,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.27)$$

$$\tau_{\text{ef},d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{\text{ad}}} \quad (1.28)$$

$$h_{\text{ad}} \quad \begin{array}{l} h_{\text{ad}} = h_1 \text{ für rechteckige Durchbrüche} \\ h_{\text{ad}} = h_1 + 0,15 \cdot h_d \text{ für kreisförmige Durchbrüche, siehe Abb. 1-13} \end{array}$$

$$a_r, h_1 \quad \begin{array}{l} \text{siehe Abb. 1-13} \\ \text{für die Verstärkungsplatten müssen folgende Bedingungen eingehalten werden} \\ 0,25 \cdot a \leq a_r \leq 0,3 \cdot (h_d + h) \text{ und } h_1 \geq 0,25 \cdot a \end{array}$$

$$f_{k2,d} \quad \text{Bemessungswert der Klebfugenfestigkeit, charakteristische Werte siehe Tab. 1-3 (S.10)}$$

Der Nachweis der Zugspannungen in den aufgeklebten Verstärkungsplatten aus Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.17) wird nach den folgenden Gln. (1.29) und (1.30) geführt:

$$k_k \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.29)$$

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot t_r} \quad (1.30)$$

k_k Beiwert zur Berücksichtigung der ungleichmäßigen Spannungsverteilung, ohne genaueren Nachweis darf $k_k = 2,0$ angenommen werden

t_r Dicke einer Verstärkungsplatte, siehe Abb. 1-4

$f_{t,d}$ Bemessungswert der Zugfestigkeit des Plattenwerkstoffes in Richtung von $F_{t,90,d}$

Verstärkungen mit Nagelplatten werden sinngemäß angeordnet und nachgewiesen.

Beispiel 1-4 Verstärkung von zwei Durchbrüchen an einem GL32h-Träger

In einem Brettschichtholzträger sind ein runder und ein rechteckiger Durchbruch erforderlich.

Der runde Durchbruch soll mit eingeklebten Gewindestangen mit $d_r = 12$ mm, Festigkeitsklasse 5.8 verstärkt werden. Zur Verstärkung des rechteckigen Durchbruchs werden Sperrholzplatten F40/30 E60/40 in der Dicke von $t_r = 12$ mm aufgeklebt.

$q_d = 160$ kN/m KLED=mittel, NKL 1

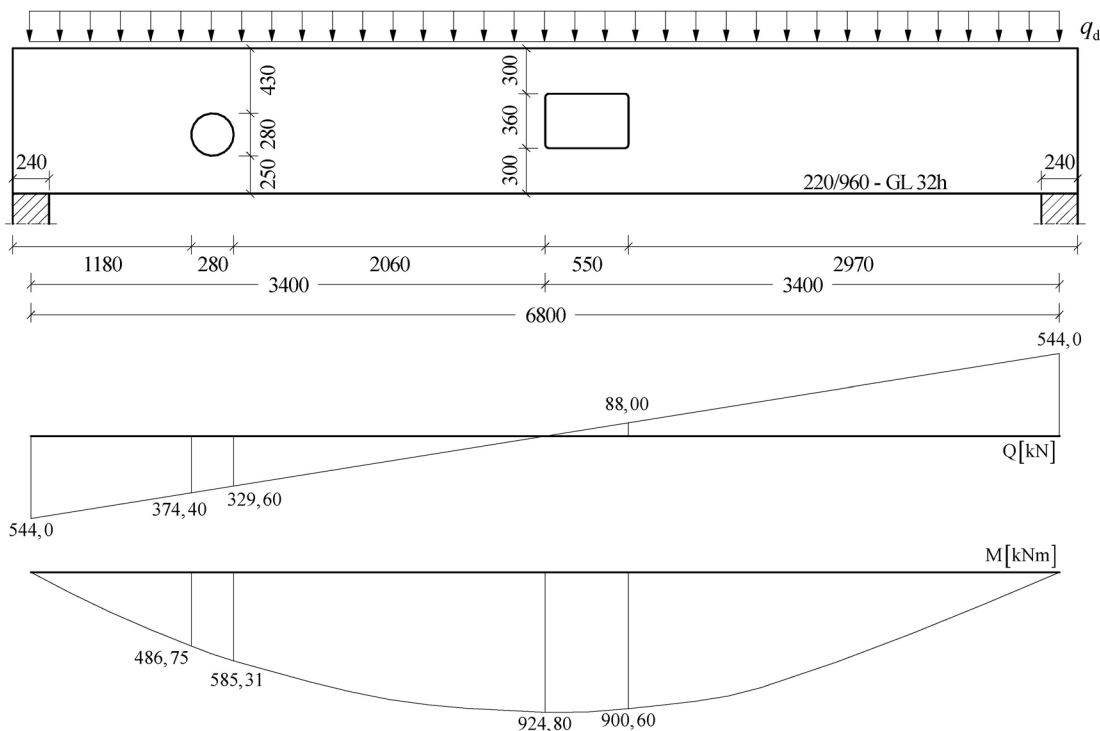


Abb. 1-14 Beispiel 1-4

geometrische Bedingung	kreisförmiger Durchbruch links	rechteckiger Durchbruch rechts
$l_v \geq h$	$1.180 > 960$	$2.970 > 960$
$l_z \geq h$ und $l_z \geq 300$	$2.060 > 960$ und > 300	
$l_A \geq 0,5 \cdot h$	$(1.180 - 120 = 1.060) > 480$	$(2.970 - 120 = 2.850) > 480$
$h_{to} \geq 0,25 \cdot h$	$430 > (0,25 \cdot 960 = 240)$	$300 > 240$
$h_{ru} \geq 0,25 \cdot h$	$250 > 240$	$300 > 240$
$a \leq h$ und $(a/h_d) \leq 2,5$	$280 \leq 960$	$550 \leq 960$ und $[(550/360) = 1,53] \leq 2,5$
$h_d \leq 0,3 \cdot h$ innen liegend	$280 < (0,3 \cdot 960 = 288)$	---
$h_d \leq 0,4 \cdot h$ außen liegend	---	$300 < (0,4 \cdot 960 = 384)$

- Verstärkung des kreisförmigen Durchbruchs mit eingeklebten Gewindestangen

$$h_r = \min \left\{ \begin{array}{l} h_{ro} + 0,15 \cdot h_d \\ h_{ru} + 0,15 \cdot h_d \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 430 + 0,15 \cdot 280 \\ 250 + 0,15 \cdot 280 \end{array} \right\} = 292 \text{ mm}$$

Querzug am linken Rand des kreisförmigen Durchbruchs mit $0,7 \cdot h_d = 0,7 \cdot 280 = 196 \text{ mm}$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{374,4 \cdot 10^3 \cdot 196}{4 \cdot 960} \cdot \left(3 - \frac{196^2}{960^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{486,75 \cdot 10^6}{292}$$

$$F_{t,90,d} = 56.533 + 13.336 = 69.869 \text{ N} = 69,9 \text{ kN}$$

Querzug am rechten Rand des kreisförmigen Durchbruchs mit $0,7 \cdot h_d = 0,7 \cdot 280 = 196 \text{ mm}$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{329,6 \cdot 10^3 \cdot 196}{4 \cdot 960} \cdot \left(3 - \frac{196^2}{960^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{585,31 \cdot 10^6}{292}$$

$$F_{t,90,d} = 49.769 + 16.036 = 65.805 \text{ N} = 65,8 \text{ kN}$$

$$\text{Einkleblänge } l_{ad} = h_{ru} + 0,15 \cdot h_d = 250 + 0,15 \cdot 280 = 292$$

$$\text{Mindesteinkleblänge } l_{ad} = 292 \geq \max \{ 0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r \} = \max \{ 0,5 \cdot 12^2; 10 \cdot 12 \} = 120 \rightarrow \text{eingehalten}$$

Tragfähigkeit der Klebfuge einer einzelnen Gewindestange, siehe Gl. (1.24)

$$l_{ad} = 292 \rightarrow f_{kl,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{kl,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{3,79}{1,3} = 2,33 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t,90,Rd} = f_{kl,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} = 2,33 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 292 = 25.674 \text{ N} = 25,7 \text{ kN}$$

oder nach Tab. 1-4 (S.10): $F_{t,90,Rd} = 25,6 \text{ kN}$

Die Tragfähigkeit für diese Gewindestange beträgt nach Tab. 1-1 (S.8) $N_{Rd} = 27,0 \text{ kN}$

$$\text{Benötigte Anzahl von Gewindestangen: } n = \frac{69,9}{25,7} = 2,72 \rightarrow 3$$

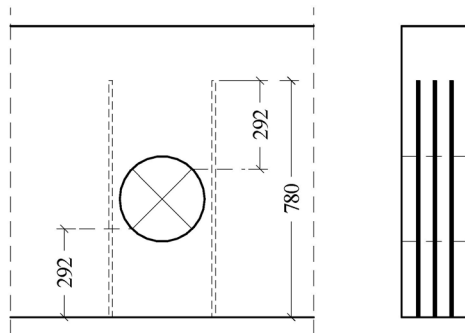


Abb. 1-15 Verstärkung durch eingeklebte Gewindestangen im Beispiel 1-4

- Verstärkung des rechteckigen Durchbruchs mit aufgeklebten Sperrholzplatten F40/30 E60/40 in der Dicke $t_r = 12 \text{ mm}$

Querzug am linken Rand des rechteckigen Durchbruchs

$$h_r = \min \{ h_{ro}; h_{ru} \} = 300 \text{ mm}$$

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{0 \cdot 360}{4 \cdot 960} \cdot \left(3 - \frac{360^2}{960^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{924,80 \cdot 10^6}{300}$$

$$F_{t,90,d} = 0 + 24.661 = 24.661 \text{ N} = 24,7 \text{ kN}$$

Querzug am rechten Rand des rechteckigen Durchbruchs

$$F_{t,90,d} = \frac{V_d \cdot h_d}{4 \cdot h} \cdot \left(3 - \frac{h_d^2}{h^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{M_d}{h_r} = \frac{88,0 \cdot 10^3 \cdot 360}{4 \cdot 960} \cdot \left(3 - \frac{360^2}{960^2} \right) + 0,008 \cdot \frac{900,60 \cdot 10^6}{300}$$

$$F_{t,90,d} = 23.590 + 24.016 = 47.606 \text{ N} = 47,6 \text{ kN}$$

Wie groß muss die Verstärkungsplatte sein?

$$f_{k2,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{k2,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{0,75}{1,3} = 0,462 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{\text{ef},d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{\text{ad}}} \leq f_{k2,d} = 0,462 \text{ N/mm}^2 \rightarrow a_r \cdot h_{\text{ad}} \geq \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot f_{k2,d}} = \frac{47.606}{2 \cdot 0,462} = 51.522 \text{ mm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} 0,25 \cdot a \leq a_r \leq 0,3 \cdot (h_d + h) \\ 0,25 \cdot 550 = 137,5 \text{ mm} < a_r < 0,3 \cdot (360 + 960) = 396 \text{ mm} \\ h_{\text{ad}} = h_1 \geq 0,25 \cdot a = 137,5 \text{ mm} \end{array} \right\} \rightarrow a_r = 300 \text{ mm} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 0,25 \cdot a \leq a_r \leq 0,3 \cdot (h_d + h) \\ 0,25 \cdot 550 = 137,5 \text{ mm} < a_r < 0,3 \cdot (360 + 960) = 396 \text{ mm} \\ h_{\text{ad}} = h_1 \geq 0,25 \cdot a = 137,5 \text{ mm} \end{array}} \right\} \rightarrow a_r \cdot h_{\text{ad}} = 60.000 \text{ mm}^2$$

$$\rightarrow h_{\text{ad}} = 200 \text{ mm}$$

Nachweis der Verstärkung

$$\tau_{\text{ef},d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot h_{\text{ad}}} = \frac{47.600}{2 \cdot 300 \cdot 200} = 0,397 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \frac{\tau_{\text{ef},d}}{f_{k2,d}} = \frac{0,397}{0,462} = 0,86 < 1$$

Nachweis der Zugspannungen in den aufgeklebten Verstärkungsplatten F40/30 E60/40

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot a_r \cdot t_r} = \frac{47.600}{2 \cdot 300 \cdot 12} = 6,61 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,d} = 17,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow k_k \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} = 2,0 \cdot \frac{6,61}{17,8} = 0,74 < 1$$

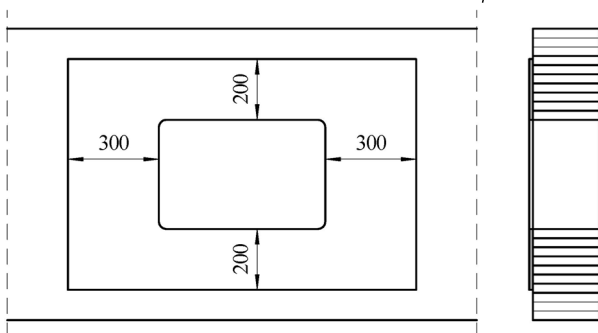


Abb. 1-16 Verstärkung durch aufgeklebte Verstärkungsplatten im Beispiel 1-4

Ende Beispiel 1-4

1.6 Unverstärkte Ausklinkungen am Auflager von Biegestäben

Unverstärkte Ausklinkungen dürfen nur in Nutzungsklasse 1 und 2 verwendet werden.

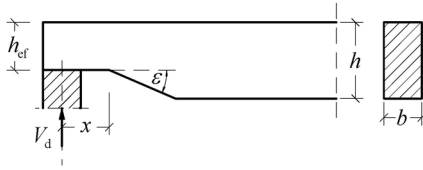


Abb. 1-17 Ausklinkung auf belasteter Seite

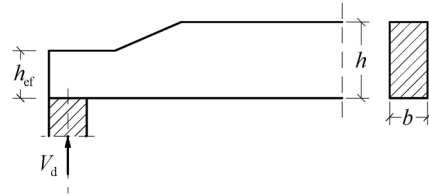


Abb. 1-18 Ausklinkung auf unbelasteter Seite

Die folgende Bedingung muss erfüllt sein:

$$\frac{\tau_d}{k_v \cdot f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot \frac{V_d}{b_{ef} \cdot h_{ef}}}{k_v \cdot f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot \frac{V_d}{b \cdot h_{ef}}}{k_v \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} \leq 1 \quad \text{bzw.} \quad V_d \leq \frac{2}{3} \cdot b \cdot h_{ef} \cdot k_v \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d} \quad (1.31)$$

Träger mit Ausklinkung auf der unbelasteten Seite

$k_v = 1$ für $x \geq h_{ef}$,

falls $x < h_{ef}$ ist, darf k_v nach Gl. (1.32) berechnet werden:

$$k_v = \left(\frac{h}{h_{ef}} \right) \cdot \left[1 - \frac{(h - h_{ef}) \cdot x}{h \cdot h_{ef}} \right] \quad (1.32)$$

Träger mit Ausklinkung auf der belasteten Seite

$$k_v = \min \left\{ 1, k_{90} \cdot k_\varepsilon \right\} \quad (\text{für } \varepsilon = 90^\circ \rightarrow k_v = k_{90}) \quad (1.33)$$

$$k_{90} = \frac{k_n}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \quad (1.34)$$

$$k_\varepsilon = 1 + \frac{1,1}{\tan \varepsilon \cdot \sqrt{h} \cdot \tan \varepsilon} \quad (\text{für } \varepsilon = 90^\circ \rightarrow k_\varepsilon = 1) \quad (1.35)$$

h, h_{ef} volle bzw. reduzierte Trägerhöhe in mm

b_{ef} effektive Querschnittsbreite rechtwinklig zur Lastrichtung $b_{ef} = k_{cr} \cdot b$

der Einfluss von Rissen sollte durch eine Reduzierung von b berücksichtigt werden:

$k_{cr} = 2,0 / f_{v,k}$ für Vollholz und Balkenschichtholz aus Nadelholz, C24/C30: $k_{cr} = 2,0 / 2,0 = 1$

$k_{cr} = 2,5 / f_{v,k}$ für Brettschichtholz, GL24 bis GL32: $k_{cr} = 2,5 / 2,5 = 1$

x Abstand zwischen Wirkungslinie der Auflagerkraft und der Ausklinkungsecke in mm

ε Steigungswinkel des Anschnitts, $0^\circ < \varepsilon \leq 90^\circ$

$\alpha = h_e / h$ Verhältnis reduzierte Trägerhöhe / volle Trägerhöhe

$k_n = 5,0$ für Vollholz und Balkenschichtholz

$= 6,5$ für Brettschichtholz

$= 4,5$ für Furnierschichtholz

$k_v = 1,0$ für Träger mit Ausklinkungen auf der unbelasteten Seite

Beispiel 1-5 Nachweis der Schubspannungen am ausgeklinkten Ende eines GL24h-Trägers

Ein ausgeklinkter Balken aus Brettschichtholz GL24h trägt eine Auflagerkraft V_d ein. Die Nutzungs-kategorie ist NKL 1 und die Klasse der Lasteinwirkungsdauer ist KLED mittel.

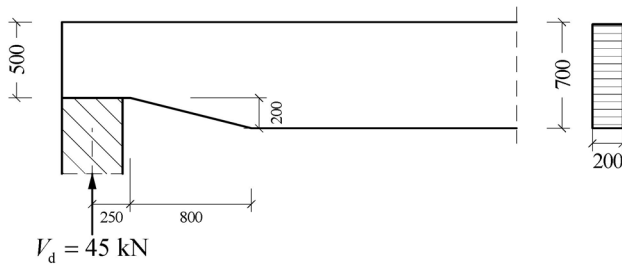


Abb. 1-19 Beispiel 1-5

Berechnung von k_v

$$h_{ef} / h / x = 500 / 700 / 250 \text{ mm}$$

$$\tan \varepsilon = \frac{200}{800} = 0,25$$

$$\alpha = \frac{h_{ef}}{h} = \frac{500}{700} = 0,714$$

$$k_n = 6,5 \text{ (BSH)}$$

$$k_{90} = \frac{k_n}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)}$$

$$= \frac{6,5}{\sqrt{700} \cdot \left[\sqrt{0,714 \cdot (1 - 0,714)} + 0,8 \cdot \frac{250}{700} \sqrt{\frac{1}{0,714} - 0,714^2} \right]} = \frac{6,5}{19,090} = 0,340$$

$$k_\varepsilon = 1 + \frac{1,1}{\tan \varepsilon \cdot \sqrt{h} \cdot \tan \varepsilon} = 1 + \frac{1,1}{0,25 \cdot \sqrt{700} \cdot 0,25} = 1,333$$

$$k_v = \min \left\{ 1, k_{90} \cdot k_\varepsilon \right\} = \min \left\{ 1, 0,340 \cdot 1,333 \right\} = 0,453$$

Nachweis der Schubspannungen

$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = 1,0 \cdot 1,54 = 1,54 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{\frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h_e}}{k_v \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot 45.000}{0,453 \cdot 1,54} = \frac{0,675}{0,700} = 0,96 < 1$$

Ende Beispiel 1-5

1.7 Verstärkung von rechtwinkligen Ausklinkungen an Enden von Biegestäben

Die Regeln sind in der Anwendung auf Biegestäbe mit Rechteckquerschnitten beschränkt.

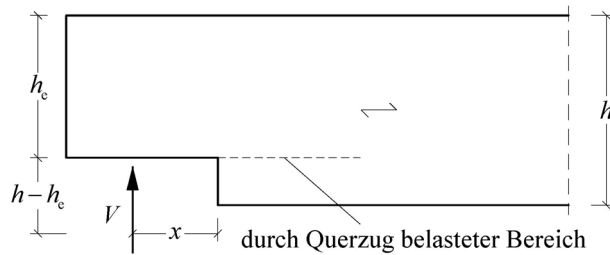


Abb. 1-20 Rechtwinklige Ausklinkung auf der belasteten Trägerseite

Die Verstärkung einer rechtwinkligen Ausklinkung auf der belasteten Seite eines Trägersauflagers darf für eine Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.36) bemessen werden:

$$F_{t,90,d} = 1,3 \cdot V_d \cdot (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) \quad (1.36)$$

Anm.: in [DIN 2] wird der äquivalente Ausdruck $F_{t,90,d} = 1,3 \cdot V_d \cdot [3 \cdot (1 - \alpha)^2 - 2 \cdot (1 - \alpha)^3]$ verwendet.

V_d Bemessungswert der Querkraft

$\alpha = h_c/h$, siehe Abb. 1-20; Werte $(1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3)$ siehe bei Gl. (1.7)

1.7.1 Verstärkung von rechtwinkligen Ausklinkungen durch eingeklebte Stahlstäbe

Der querzuggefährdete Bereich befindet sich in der Entfernung l_{ad} von der Unterseite des horizontalen Querschnittes, siehe Abb. 1-20 und Abb. 1-21. Die eingeklebten Stahlstäbe übernehmen die Lastübertragung analog einer Bewehrung im Stahlbetonbau.

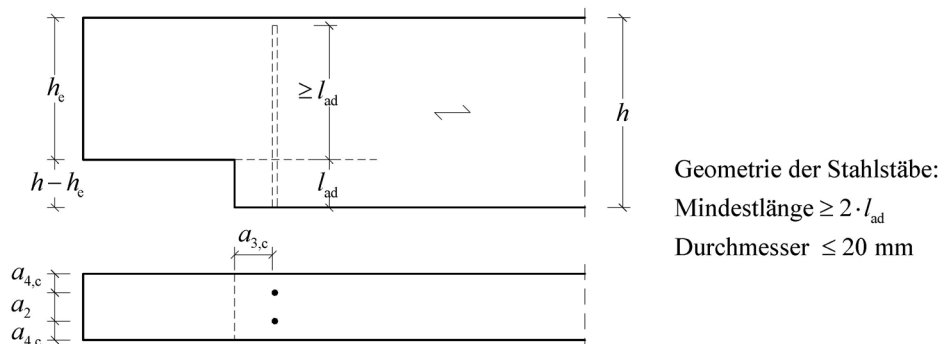


Abb. 1-21 Verstärkung einer Ausklinkung durch eingeklebte Stahlstäbe

Aus der Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.36) entsteht eine Schubspannung in der Klebfuge, die als gleichmäßig verteilt angenommen wird. Die Bedingung der Gl. (1.37) muss eingehalten werden:

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k1,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.37)$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{n \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad}} \quad (1.38)$$

$f_{k1,d}$ Bemessungswert der Klebfugenfestigkeit, charakteristische Werte siehe Tab. 1-3 (S.10)

n Anzahl der Stahlstäbe, dabei darf in Trägerlängsrichtung nur jeweils ein Stab in Rechnung gestellt werden

d_r Außendurchmesser des Stahlstabs

l_{ad} wirksame Verankerungslänge, $l_{ad} \geq \max \{0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r\}$, siehe Abb. 1-21

Die maximal von der Klebfuge aufnehmbare Zugkraft für einen einzelnen eingeklebten Stahlstab kann Tab. 1-4 (S.10) entnommen oder wie folgt bestimmt werden:

$$F_{t,90,Rd} = f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} \quad (1.39)$$

Gln. (1.37), (1.38) und (1.39) sind identisch mit Gln. (1.8), (1.9) und (1.10).

Die Tragfähigkeit der Stahlstäbe kann Tab. 1-1 (S.8) entnommen werden.

1.7.2 Außen aufgeklebte Verstärkungen von rechtwinkligen Ausklinkungen

Die aufgeklebten Verstärkungen übernehmen die Lastübertragung.

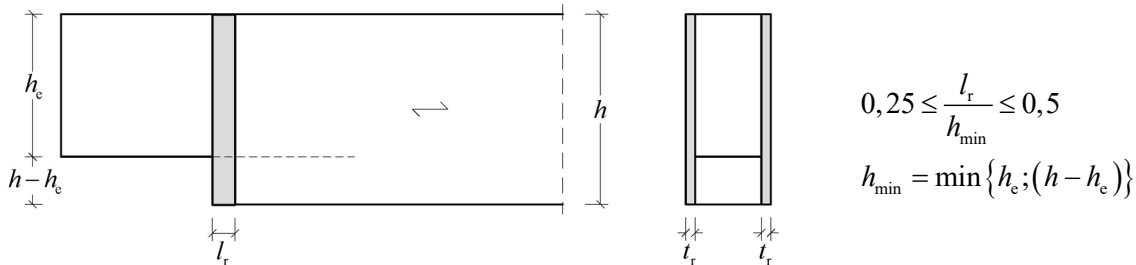


Abb. 1-22 Außen liegende Verstärkung von rechtwinkligen Ausklinkungen

Aus der Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.36) entsteht eine Schubspannung in der Klebfuge, die als gleichmäßig verteilt angenommen wird. Die Bedingung der Gl. (1.40) muss eingehalten werden:

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k2,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.40)$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot h_{\min} \cdot l_r} \quad \text{mit} \quad h_{\min} = \min \{ h_e; (h - h_e) \} \quad (1.41)$$

h, h_e siehe Abb. 1-22

l_r Breite einer Verstärkungsplatte, wobei einzuhalten ist $0,25 \leq \frac{l_r}{h_{\min}} \leq 0,5$

$f_{k2,d}$ Bemessungswert der Klebfugenfestigkeit, charakteristische Werte siehe Tab. 1-3 (S.10)

Der Nachweis der Zugspannungen in den aufgeklebten Verstärkungsplatten aus Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.36) wird nach der folgenden Gl. (1.42) geführt.

$$2,0 \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.42)$$

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot l_r} \quad (1.43)$$

t_r Dicke einer Verstärkungsplatte, siehe Abb. 1-22

$f_{t,d}$ Bemessungswert der Zugfestigkeit des Plattenwerkstoffes in Richtung von $F_{t,90,d}$

Verstärkungen mit Nagelplatten werden sinngemäß angeordnet und nachgewiesen.

Beispiel 1-6 Verstärkung einer rechtwinkligen Ausklinkung am Ende eines GL24h-Trägers

Die rechtwinklige Ausklinkung am Auflager eines Trägers aus GL24h soll durch eingeklebte Gewindestangen oder aufgeklebte Sperrholzstreifen verstärkt werden.

Der Bemessungswert der Querkraft beträgt $V_d = 105 \text{ kN}$. Für die jeweilige Verstärkungsvariante soll überprüft werden, ob diese Querkraft aufgenommen werden kann. Falls die Querkraft $V_d = 105 \text{ kN}$ unzulässig hoch ist, soll der maximal aufnehmbare Wert ermittelt werden.

KLED = mittel, Nutzungsklasse NKL 1.

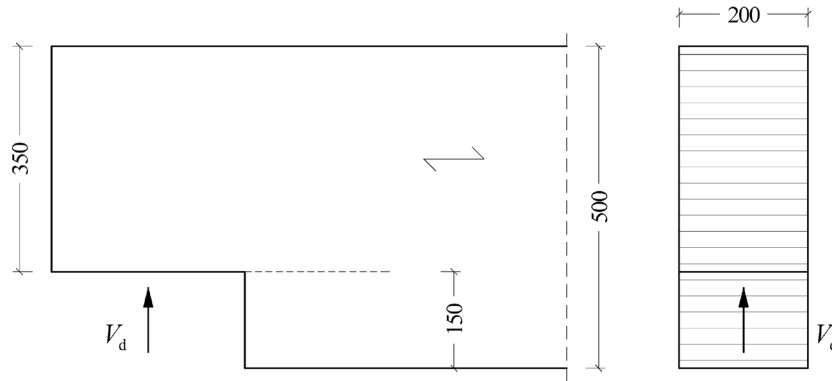


Abb. 1-23 Beispiel 1-6

- Bemessungswert der Anschlusskraft rechtwinklig zur Faserrichtung nach Gl. (1.36)

$$\alpha = h_e / h = 350 / 500 = 0,7$$

$$F_{t,90,d} = 1,3 \cdot V_d \cdot (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) = 1,3 \cdot 105 \cdot (1 - 3 \cdot 0,7^2 + 2 \cdot 0,7^3) = 29,5 \text{ kN}$$

- Verstärkung mit eingeklebten Betonrippenstählen, $d_r = 14 \text{ mm}$, B500A

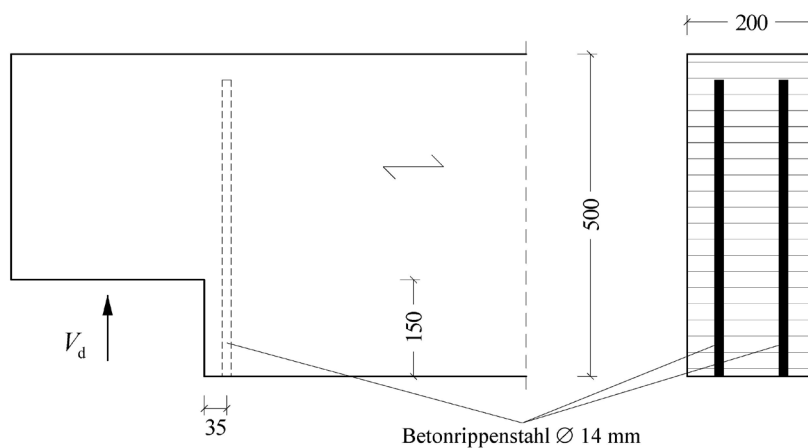
Mindesteinkleblänge

$$l_{ad} = 150 \text{ mm} > \max \{0,5 \cdot d_r^2; 10 \cdot d_r\} = \max \{0,5 \cdot 14^2; 10 \cdot 14\} = 140 \text{ mm} \rightarrow \text{eingehalten}$$

Tragfähigkeit der Klebfuge eines Betonrippenstahls, siehe Gl. (1.39)

$$l_{ad} \leq 250 \text{ mm} \rightarrow f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,46 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t,90,Rd} = f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} = 2,46 \cdot \pi \cdot 14 \cdot 150 = \underbrace{16.240 \text{ N}}_{\text{maßgeblich}} < N_{R,d} = 61.100 \text{ N}$$



Die Tragfähigkeit der Klebfuge ist maßgeblich, s. Tab. 1-1 (S.8).

Benötigte Anzahl von Gewindestangen:

$$n = \frac{29,5}{16,24} = 1,8 \rightarrow 2$$

Abb. 1-24 Verstärkung durch eingeklebte Betonrippenstähle im Beispiel 1-6

- Außen aufgeklebte Verstärkung mit 12 mm dickem Sperrholz F50/25 E70/25

Mindestbreite der Sperrholzstreifen aus Tragfähigkeit der Klebfuge, siehe Gl. (1.40) und (1.41)

$$f_{k2,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k2,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{0,75}{1,3} = 0,462 \text{ N/mm}^2$$

$$h_{min} = \min \{h_e; (h - h_e)\} = \min \{350; (500 - 350)\} = 150 \text{ mm}$$

$$\tau_{ef,d} = f_{k2,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot h_{min} \cdot \min l_r} \rightarrow \min l_r = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot h_{min} \cdot f_{k2,d}} = \frac{29.500}{2 \cdot 150 \cdot 0,462} = 212,8 \text{ mm}$$

Ist die Mindestbreite der Verstärkungsplatten zulässig?

$$\frac{\min l_r}{h_{\min}} = \frac{212,8}{150} = 1,42 > 0,5 \rightarrow \text{aufnehmbare Querkraft ist geringer als 105 kN.}$$

Welche maximale Querkraft ist von der Klebfuge aufnehmbar?

$$0,25 \leq \frac{l_r}{h_{\min}} \leq 0,5 \rightarrow \max l_r = 0,5 \cdot 150 = 75 \text{ mm}$$

$$\tau_{\text{ef,d}} = f_{k2,d} = \frac{F_{t,90,Rd}}{2 \cdot h_{\min} \cdot \max l_r} \rightarrow$$

$$F_{t,90,Rd} = \max l_r \cdot 2 \cdot h_{\min} \cdot f_{k2,d} = 75 \cdot 2 \cdot 150 \cdot 0,462 = 10.385 \text{ N}$$

$$F_{t,90,Rd} = 1,3 \cdot \max V_d \cdot (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3) \rightarrow \max V_d = \frac{F_{t,90,Rd}}{1,3 \cdot (1 - 3 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot \alpha^3)}$$

$$\max V_d = \frac{10.385}{1,3 \cdot \underbrace{(1 - 3 \cdot 0,7^2 + 2 \cdot 0,7^3)}_{=0,2160}} = 37,0 \text{ kN}$$

Nachweis der Zugspannungen in der Sperrholzplatte

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{2 \cdot t_r \cdot l_r} = \frac{10.385}{2 \cdot 12 \cdot 75} = 5,77 \text{ N/mm}^2$$

$$2,0 \cdot \frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} = 2,0 \cdot \frac{5,77}{22,2} = 0,52 \leq 1$$

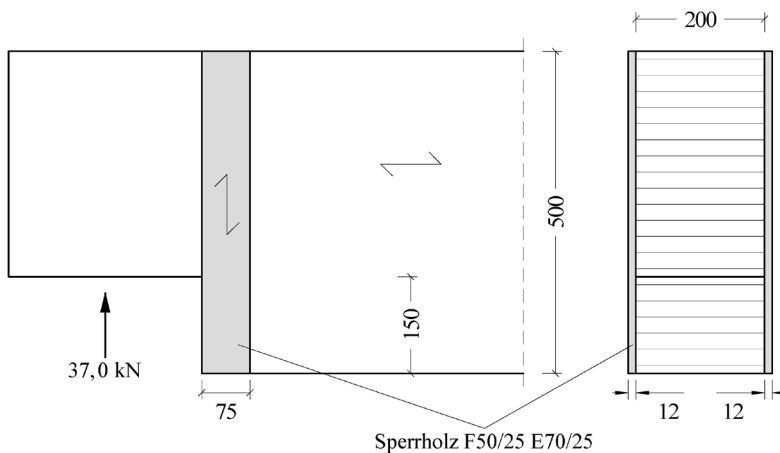


Abb. 1-25 Verstärkung durch seitlich aufgeklebte Sperrholzplatten im Beispiel 1-6

Ende Beispiel 1-6

1.8 Verstärkungen gekrümmter Träger/Satteldachträger aus BSH

Für Träger, bei denen die Zugkräfte rechtwinklig zur Faser vollständig durch Verstärkungselemente aufgenommen werden, erfolgt die Bemessung der Verstärkungen nach Gl. (1.44) und (1.45), in den beiden inneren Vierteln des querzugbeanspruchten Bereichs für die Zugkraft:

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} \quad (1.44)$$

und in den beiden äußeren Vierteln des querzugbeanspruchten Bereichs für die Zugkraft:

$$F_{t,90,d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} \quad (1.45)$$

$\sigma_{t,90,d}$ Bemessungswert der Zugspannung rechtwinklig zur Faserrichtung
Satteldachträger mit geradem unteren Rand: aus Gl. (3.5),
Gekrümmte Träger mit konstanter Trägerhöhe: aus Gl. (4.3),
Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand: aus Gl. (5.6)

b Trägerbreite

a_1 Abstand der Verstärkungen in Trägerlängsrichtung in Höhe der Trägerachse, Abb. 1-26

n Anzahl der Verstärkungselemente im Bereich innerhalb der Länge a_1 , Abb. 1-26

Für Träger, bei denen die Verstärkung nur zur Aufnahme zusätzlicher, klimabedingter Querzugspannungen in den Nutzungsklassen 1 und 2 benötigt wird, müssen konstruktive Verstärkungen bemessen werden für die Zugkraft nach Gl. (1.46):

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b^2 \cdot a_1}{640 \cdot n} \quad (1.46)$$

1.8.1 Verstärkung gekrümmter Träger/Satteldachträger durch eingeklebte Stahlstäbe

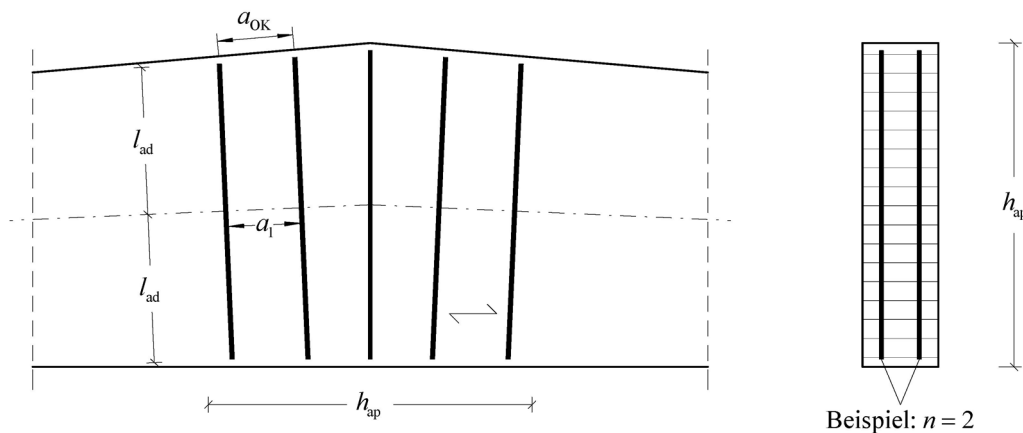


Abb. 1-26 Innen liegende Verstärkung im Firstbereich durch eingeklebte Stahlstäbe

Die Stahlstäbe müssen mit Ausnahme einer Randlamelle über die gesamte Trägerhöhe durchgehen und im querzugbeanspruchten Bereich gleichmäßig verteilt werden. Für Träger, bei denen die Zugkräfte rechtwinklig zur Faser vollständig durch Verstärkungselemente aufgenommen werden, sollte der Abstand der Stahlstäbe an der Trägersoberkante untereinander mindestens 250 mm, jedoch nicht mehr als 75 % der Trägerhöhe h_{ap} betragen:

$$250 \text{ mm} \leq a_{OK} \leq 0,75 \cdot h_{ap} \quad (1.47)$$

Bei der Aufnahme der Zugkraft $F_{t,90,d}$ nach Gl. (1.44) bis (1.46) durch eingeklebte Stahlstäbe ist für die Klebfugenspannung nachzuweisen, dass

$$\frac{\tau_{\text{ef,d}}}{f_{\text{k1,d}}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.48)$$

$$\tau_{\text{ef,d}} = \frac{2 \cdot F_{\text{t,90,d}}}{\pi \cdot l_{\text{ad}} \cdot d_{\text{r}}} \quad (1.49)$$

$F_{\text{t,90,d}}$ Bemessungswert der Zugkraft je Stahlstab nach Gln. (1.44) bis (1.46)

l_{ad} wirksame Einkleblänge des Stahlstabes in mm, $l_{\text{ad}} \geq \max\{0,5 \cdot d_{\text{r}}^2; 10 \cdot d_{\text{r}}\}$
 $l_{\text{ad}} \geq \max\{0,5 \cdot d_{\text{r}}^2; 10 \cdot d_{\text{r}}\}$, siehe Abb. 1-26

d_{r} Außendurchmesser des Stahlstabes

$f_{\text{k1,d}}$ Bemessungswert der Klebfugenfestigkeit;
 unabhängig von Einkleblänge wird immer $f_{\text{k1,k}} = 4,0 \text{ N/mm}^2$ zugrunde gelegt

Die maximal von der Klebfuge aufnehmbare Zugkraft für einen einzelnen eingeklebten Stahlstab kann Tab. 1-5 entnommen oder wie folgt bestimmt werden:

$$F_{\text{t,90,Rd}} = 0,5 \cdot f_{\text{k1,d}} \cdot \pi \cdot d_{\text{r}} \cdot l_{\text{ad}} \quad (1.50)$$

Die Tragfähigkeit der Stahlstäbe kann Tab. 1-1 (S.8) entnommen werden.

Bemessungswerte der Tragfähigkeit $F_{\text{t,90,Rd}}$ der Klebfuge Stahlstab/Bohrlochwandung in kN von Querzugverstärkungen in gekrümmten Trägern und Satteldachträgern aus Brettschichtholz für NKL 1+2 bei KLED=mittel ¹⁾ nach Gl. (1.50)															
l_{ad}	$f_{\text{k1,d}}^{2)}$	Durchmesser des Stahlstabes d_{r} in mm													
mm	N/mm ²	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	25	26	28	30
100	2,46	2,32	3,09	3,87	Mindesteinkleblängen $l_{\text{ad}} \geq \max\{0,5 \cdot d_{\text{r}}^2; 10 \cdot d_{\text{r}}\}$ nicht eingehalten										
150		3,48	4,64	5,80	6,96	8,12									
200		4,64	6,19	7,73	9,28	10,8	12,4	13,9	15,5						
250		5,80	7,73	9,67	11,60	13,5	15,5	17,4	19,3	21,3					
300		6,96	9,28	11,60	13,92	16,2	18,6	20,9	23,2	25,5	27,8				
350		8,12	10,8	13,5	16,2	18,9	21,7	24,4	27,1	29,8	32,5	33,8	35,2		
400		9,28	12,4	15,5	18,6	21,7	24,7	27,8	30,9	34,0	37,1	38,7	40,2	43,3	
450		10,4	13,9	17,4	20,9	24,4	27,8	31,3	34,8	38,3	41,8	43,5	45,2	48,7	52,2
500		11,6	15,5	19,3	23,2	27,1	30,9	34,8	38,7	42,5	46,4	48,3	50,3	54,1	58,0
550		12,8	17,0	21,3	25,5	29,8	34,0	38,3	42,5	46,8	51,0	53,2	55,3	59,5	63,8
600		13,9	18,6	23,2	27,8	32,5	37,1	41,8	46,4	51,0	55,7	58,0	60,3	65,0	69,6
650		15,1	20,1	25,1	30,2	35,2	40,2	45,2	50,3	55,3	60,3	62,8	65,3	70,4	75,4
700		16,2	21,7	27,1	32,5	37,9	43,3	48,7	54,1	59,5	65,0	67,7	70,4	75,8	81,2
750		17,4	23,2	29,0	34,8	40,6	46,4	52,2	58,0	63,8	69,6	72,5	75,4	81,2	87,0
800		18,6	24,7	30,9	37,1	43,3	49,5	55,7	61,9	68,1	74,2	77,3	80,4	86,6	92,8
850		19,7	26,3	32,9	39,4	46,0	52,6	59,2	65,7	72,3	78,9	82,2	85,5	92,0	98,6
900		20,9	27,8	34,8	41,8	48,7	55,7	62,6	69,6	76,6	83,5	87,0	90,5	97,4	104,4
950		22,0	29,4	36,7	44,1	51,4	58,8	66,1	73,5	80,8	88,2	91,8	95,5	102,9	110,2
1000		23,2	30,9	38,7	46,4	54,1	61,9	69,6	77,3	85,1	92,8	96,7	100,5	108,3	116,0

¹⁾ Für andere **KLED** sind die Werte zu multiplizieren mit: **ständig: 0,75; lang: 0,875; kurz: 1,125**

²⁾ beim Nachweis von Querzugverstärkungen in gekrümmten Trägern und Satteldachträgern aus Brettschichtholz wird unabhängig von der Einkleblänge immer $f_{\text{k1,d}} = 2,46 \text{ N/mm}^2$ gesetzt.

Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden

Tab. 1-5 Tragfähigkeit $F_{\text{t,90,Rd}}$ der Klebfuge Stahlstab/Bohrlochwandung für Querzugverstärkungen in gekrümmten Trägern und Satteldachträgern aus Brettschichtholz

1.8.2 Außen aufgeklebte Verstärkung gekrümmter Träger/Satteldachträger

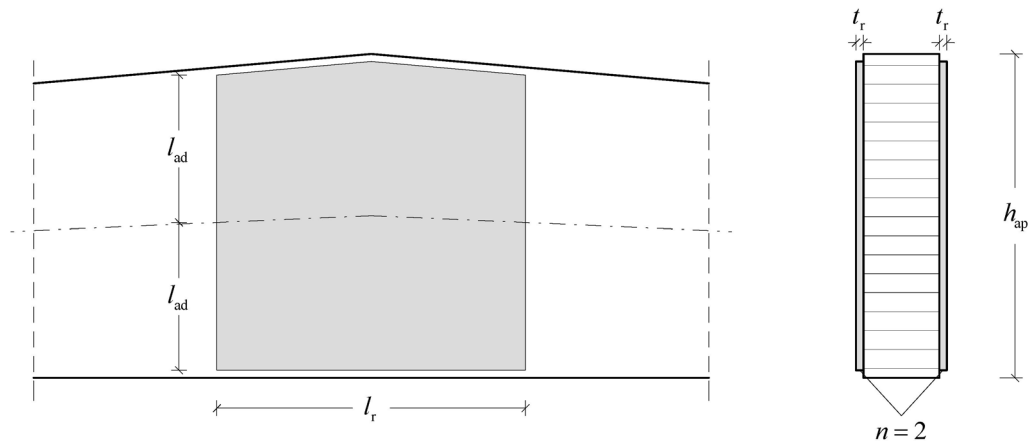


Abb. 1-27 Außen liegende aufgeklebte Verstärkung im Firstbereich

Bei der Aufnahme der Zugkraft $F_{t,90,d}$ durch seitlich aufgeklebte Verstärkungen ist für die gleichmäßig verteilt angenommene Klebfugenspannung nachzuweisen, dass

$$\frac{\tau_{ef,d}}{f_{k3,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.51)$$

$$\tau_{ef,d} = \frac{2 \cdot F_{t,90,d}}{l_r \cdot l_{ad}} \quad \text{und} \quad (1.52)$$

$F_{t,90,d}$ Bemessungswert der Zugkraft je Verstärkungsplatte nach Gln. (1.44) bis (1.46) mit $a_1 = l_r$ und $n = 2$

l_{ad} Höhe der aufgeklebten Verstärkung oberhalb oder unterhalb der Trägerachse in mm, siehe Abb. 1-27

l_r Länge der aufgeklebten Verstärkung in Richtung der Trägerachse in mm, siehe Abb. 1-27

$f_{k3,d}$ Bemessungswert der Klebfugensfestigkeit, $f_{k3,k}$ siehe Tab. 1-3 (S.10)

Die Zugspannung in den aufgeklebten Verstärkungen ist nachzuweisen mit

$$\frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (1.53)$$

$$\sigma_{t,d} = \frac{F_{t,90,d}}{t_r \cdot l_r} \quad (1.54)$$

$f_{t,d}$ Bemessungswert der Zugfestigkeit des Werkstoffes der Verstärkung in Richtung der Zugkraft $F_{t,90,d}$

t_r Dicke einer Verstärkung in mm, siehe Abb. 1-27

2 Pulldachträger

Ein Pulldachträger ist ein Einfeldträger aus Brettschichtholz (BSH) mit linear veränderlichem Querschnitt. Er eignet sich z.B. als Binder unter einem Pulldach, daher der Name. Die Brettlamellen verlaufen parallel zur Unterkante (siehe Abb. 2-1), an der Oberseite des Trägers sind diese Brettlamellen also angeschnitten.

2.1 Biegespannungen am Pulldachträger

Wegen der veränderlichen Trägerhöhe treten die maximalen Spannungen unter Gleichstreckenlast nicht in der Trägermitte sondern an der Stelle x auf, siehe Abb. 2-1.

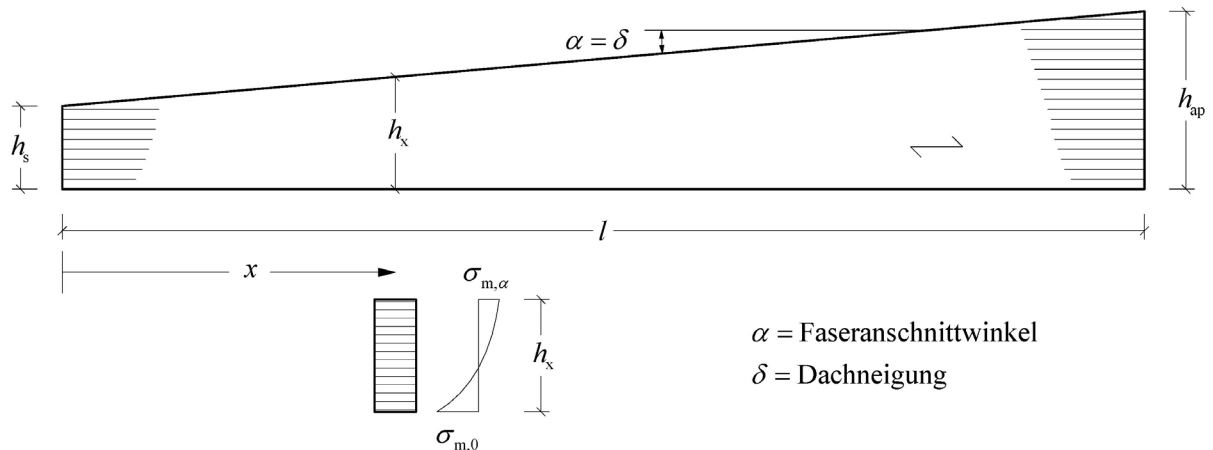


Abb. 2-1 Biegespannungen am Pulldachträger

Für den üblichen Fall des Einfeldträgers unter Gleichstreckenlast wird die Stelle mit der größten Biegerandspannung wie folgt ermittelt

$$x = \frac{l}{1 + h_{ap}/h_s} \quad (2.1)$$

und die Höhe des Querschnitts an der Stelle x beträgt

$$h_x = h_s + x \cdot \tan \delta \quad (2.2)$$

Biegespannungen am Rand parallel zur Faser werden mit $\sigma_{m,0}$ bezeichnet und am angeschnittenen Rand mit $\sigma_{m,\alpha}$. Die Spannungsverteilung hat im Gegensatz zu einem parallelkantigen Biegebalken einen nichtlinearen Verlauf wie er in Abb. 2-1 dargestellt ist.

Die Bemessungswerte der Biegerandspannungen werden wie folgt berechnet

$$\sigma_{m,0,d} = \sigma_{m,\alpha,d} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} \quad \text{Rand parallel zur Faser und Rand mit angeschnittenen Fasern} \quad (2.3)$$

2.2 Schub- und Querspannungen am Pulldachträger

Das nachfolgende Bemessungsverfahren ist bis zu einem Winkel α von ca. 10° gültig. Größere Winkel werden in der Regel aus konstruktiven Gründen nicht gewählt.

Am oberen, angeschnittenen Trägerrand, treten aus Biegung neben Längsspannungen auch Spannungen rechtwinklig zur Faserrichtung sowie Schubspannungen auf.

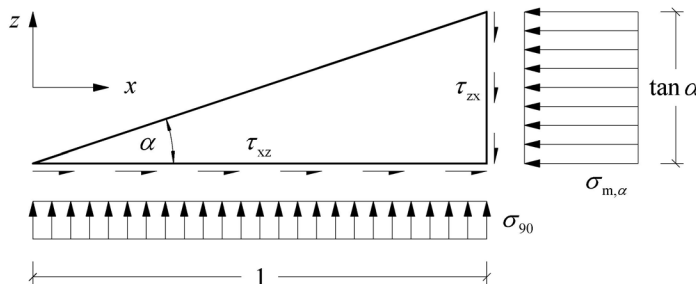


Abb. 2-2 Spannungen am oberen, angeschnittenen Rand des Pulldachträgers

Abb. 2-2 zeigt ein freigeschnittenes Element der Länge "1" am oberen, angeschnittenen Rand. Aus Biegung entsteht am rechten Rand des Elementes die Längsspannung $\sigma_{m,\alpha}$, die im Gleichgewicht mit der Schubspannung τ_{xz} am unteren Rand des Elementes steht. Aus der Gleichgewichtsbedingung für horizontale Kräfte folgt

$$\tau_{xz} (= \tau_{zx}) = \sigma_{m,\alpha} \cdot \tan \alpha \quad (2.4)$$

weiter folgt aus der Gleichgewichtsbedingung für vertikale Kräfte

$$\sigma_{90} = \tau_{xz} \cdot \tan \alpha = \sigma_{m,\alpha} \cdot \tan^2 \alpha \quad (2.5)$$

Der Tragfähigkeitsnachweis muss also für die in Abb. 2-2 vorhandene Kombination aus drei Spannungskomponenten nachgewiesen werden.

Im üblichen Belastungsfall entstehen aus der Balkenbiegung am oberen Rand Längsdruckspannungen und hieraus Schub und rechtwinklig zur Faserrichtung Querdruk. Dieser Zustand ist günstiger als ein Spannungszustand, bei dem Längszugspannungen auftreten, die zusammen mit Querzug und Schub auftreten.

2.3 Standsicherheitsnachweis eines Pulldachträgers

Am faserparallelen Rand muss folgender Nachweis erfüllt sein

$$\frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (2.6)$$

Werden aus der Betrachtung des Dreieckselementes (Abb. 2-2) gewonnenen Gleichungen nach $\sigma_{m,\alpha}$ umgeformt, dann erhält man für den unter Biegedruk stehenden angeschnittenen Rand die Nachweisgleichung

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha,c} \cdot f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad k_{m,\alpha,c} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \tan \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \tan^2 \alpha \right)^2}} \quad (2.7)$$

und analog für den unter Biegezug stehenden angeschnittenen Rand die Nachweisgleichung

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha,t} \cdot f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad k_{m,\alpha,t} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{0,75 \cdot f_{v,d}} \cdot \tan \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{t,90,d}} \cdot \tan^2 \alpha \right)^2}} \quad (2.8)$$

Tab. 2-1 enthält die Werte $k_{m,\alpha,c}$ und $k_{m,\alpha,t}$ für Faseranschnittwinkel von 1° bis 10°.

Zwischenwerte dürfen geradlinig interpoliert werden.

	Werte $k_{m,\alpha,c}$		
α	GL24h	GL28h	GL32h
1°	0,997	0,996	0,994
2°	0,987	0,983	0,978
3°	0,972	0,963	0,952
4°	0,952	0,936	0,918
5°	0,926	0,903	0,879
6°	0,897	0,867	0,836
7°	0,865	0,828	0,791
8°	0,831	0,788	0,746
9°	0,795	0,747	0,701
10°	0,758	0,706	0,657

	Werte $k_{m,\alpha,t}$		
α	GL24h	GL28h	GL32h
1°	0,987	0,983	0,978
2°	0,951	0,935	0,918
3°	0,896	0,865	0,834
4°	0,827	0,783	0,740
5°	0,751	0,698	0,649
6°	0,673	0,616	0,564
7°	0,599	0,540	0,490
8°	0,531	0,473	0,425
9°	0,469	0,414	0,370
10°	0,414	0,363	0,323

Tab. 2-1 Beiwerte $k_{m,\alpha,c}$ und $k_{m,\alpha,t}$

2.4 Nachweis der Kippstabilität

Bei Stäben mit linear veränderlicher Querschnittshöhe dürfen die Querschnittswerte im Abstand der 0,65-fachen Stablänge von dem Stabende mit dem kleineren Stabquerschnitt und der Größtwert des Biegemoments im Stab dem Nachweis zugrunde gelegt werden.

2.5 Nachweis der Gebrauchstauglichkeit

Für die Berechnung der elastischen Anfangsdurchbiegung von Pulldachträgern unter Gleichstreckenlast stehen Verfahren und Diagramme in der Standardliteratur zur Verfügung. Die Durchbiegungsanteile w_m aus Moment und w_v aus Schub können danach wie folgt berechnet werden:

$$w_m = \frac{M_{\max} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m \quad \text{und} \quad w_v = \frac{1,2 \cdot M_{\max}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v \quad (2.9)$$

I_s Trägheitsmoment des niedrigen Trägerendes $I_s = b \cdot h_s^3 / 12$

A_s Querschnittsfläche des niedrigen Trägerendes $A_s = b \cdot h_s$

$k_m; k_v$ Verschiebungsfaktoren, siehe Abb. 2-3

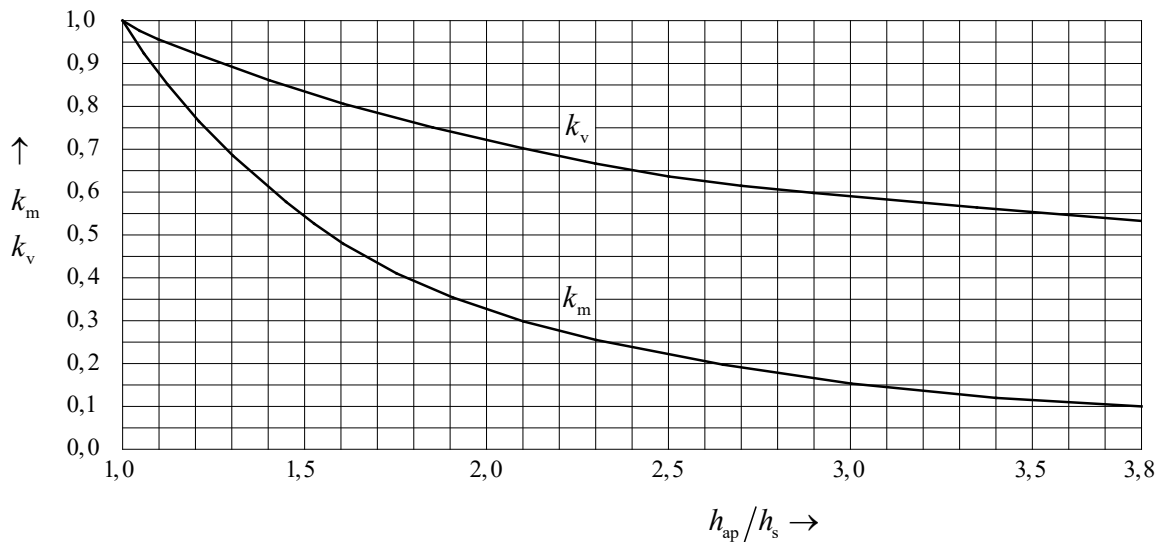


Abb. 2-3 Verschiebungsfaktoren für Pulldachträger

Beispiel 2-1 Statischer Nachweis eines GL24h-Pulldachträgers

Ein Pulldachträger aus GL24h soll bemessen werden. Die Trägerenden sind gabelgelagert. Es muss die Frage geklärt werden, ob Kippstabilisierungen erforderlich sind.

Charakteristische Werte der Belastung (Gleichstreckenlast am oberen Rand angreifend):

$$G_k = 2,4 \text{ kN/m} \quad \text{Eigengewicht}$$

$$Q_k = 4,6 \text{ kN/m} \quad \text{Schneelast an einem Ort in einer Höhe unter NN +1.000 m (KLED = kurz)}$$

Dachneigung $\alpha = 4^\circ$, Nutzungsklasse NKL 2.

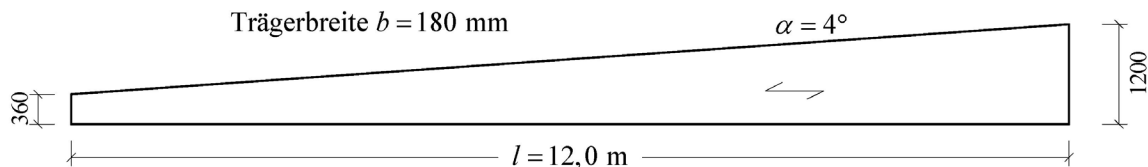


Abb. 2-4 Beispiel 2-1

- Standsicherheitsnachweis

Bemessungswert der Belastung

$$q_d = 1,35 \cdot q_{g,k} + 1,5 \cdot q_{p,k} = 1,35 \cdot 2,4 + 1,5 \cdot 4,6 = 10,14 \text{ kN/m}$$

Position x mit der höchsten Biegeandspannung und Trägerhöhe h_x

$$x = \frac{l}{1 + h_{ap}/h_s} = \frac{12.000}{1 + 1200/360} = 2.769 \text{ mm}$$

$$h_x = 360 + 2.769 \cdot \tan 4^\circ = 553,6 \text{ mm}$$

Biegemoment bei Position x

$$A = q_d \cdot \frac{l}{2} = 10,14 \cdot \frac{12,0}{2} = 60,84 \text{ kN}$$

$$M_d = A \cdot x - \frac{q_d \cdot x^2}{2} = 60,84 \cdot 2,769 - \frac{10,14 \cdot 2,769^2}{2} = 129,6 \text{ kNm}$$

$$f_{m,d} = \underbrace{k_h}_{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0} \cdot 0,90 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,62 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = 0,90 \cdot \frac{2,7}{1,3} = 1,87 \text{ N/mm}^2$$

Biegerandspannungen faserparalleler Rand unten

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 129,6 \cdot 10^6}{180 \cdot 553,6^2} = 14,10 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} = \frac{14,10}{16,62} = 0,85 < 1$$

Biegerandspannungen angeschnittener Rand oben (Druckbereich)

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,0,d} = 14,10 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha,c} \cdot f_{m,d}} = \frac{14,10}{0,952 \cdot 16,62} = 0,89 < 1$$

- Nachweis der Kippstabilität

Querschnittshöhe im Abstand der 0,65-fachen Länge vom "kleineren" Stabende

$$h = 360 + 0,65 \cdot (1.200 - 360) = 906 \text{ mm}$$

Maximales Moment

$$M = q_d \cdot l^2 / 8 = 10,14 \cdot 12^2 / 8 = 182,52 \text{ kNm}$$

$$l_{ef} = \frac{l}{a_1 \cdot \left[1 - a_2 \cdot \frac{a_z}{l} \cdot \sqrt{\frac{E_{0,05}}{4 \cdot G_{05}}} \right]} = \frac{12.000}{1,13 \cdot \left[1 - 1,44 \cdot \frac{906/2}{12.000} \cdot 2,0 \right]} = 11.915 \text{ mm}$$

$$\lambda_{rel,m} = \kappa_m \cdot \sqrt{\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2}} = 0,0533 \cdot \sqrt{333,2} = 0,973 \rightarrow k_{crit} = 0,831$$

Kippnachweis für den faserparallelen Rand unten

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 182,52 \cdot 10^6}{180 \cdot 906^2} = 7,41 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,0,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} = \frac{7,41}{0,831 \cdot 16,62} = 0,54 < 1$$

Kippnachweis für den angeschnittenen Rand oben (Druckbereich)

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,0,d} = 7,41 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{crit} \cdot k_{m,\alpha,c} \cdot f_{m,d}} = \frac{7,41}{0,831 \cdot 0,952 \cdot 16,62} = 0,56 < 1$$

- Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen nicht überhöhten Träger

$$I_s = \frac{180 \cdot 360^3}{12} = 699,8 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad A_s = 180 \cdot 360 = 64,8 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$M_{\max} = \frac{q_{g,k} \cdot l^2}{8} = \frac{2,4 \cdot 12.000^2}{8} = 43,2 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\frac{h_{ap}}{h_s} = \frac{1.200}{360} = 3,33 \rightarrow \begin{cases} k_m \approx 0,13 \\ k_v \approx 0,57 \end{cases} \quad \text{siehe Abb. 2-3}$$

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{M_{\max} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m + \frac{1,2 \cdot M_{\max}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v$$

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{43,2 \cdot 10^6 \cdot (12 \cdot 10^3)^2}{9,6 \cdot 11,5 \cdot 10^3 \cdot 699,8 \cdot 10^6} \cdot 0,13 + \frac{1,2 \cdot 43,2 \cdot 10^6}{720 \cdot 64,8 \cdot 10^3} \cdot 0,57 = 10,5 + 0,6 = 11,1 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst,Q,1}} = \frac{q_{p,k}}{q_{g,k}} \cdot w_{\text{inst,G}} = \frac{4,6}{2,4} \cdot 11,1 = 21,3 \text{ mm}$$

$$k_{\text{def}} = 0,6 \quad \psi_{2,1} = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 11,1 + 21,3 = 32,4 \text{ mm} \leq \frac{12.000}{300} = 40 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 32,4 + (11,1 + 0 \cdot 21,3) \cdot 0,6 = 39,0 \text{ mm} < \frac{l}{200} = 60 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c = (11,1 + 0 \cdot 21,3) \cdot (1 + 0,6) - 0 = 18 < \frac{12.000}{300} = 48 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 2-1

3 Satteldachträger mit geradem unteren Rand

Ein Satteldachträger ist ein Einfeldträger aus Brettschichtholz (BSH) mit linear veränderlichem Querschnitt. Er eignet sich z.B. als Binder unter einem Satteldach, daher der Name. Die Brettlamellen verlaufen parallel zur Unterkante, an der Oberseite sind diese angeschnitten. Wegen der veränderlichen Trägerhöhe treten die maximalen Biegespannungen unter Gleichstreckenlast üblicherweise nicht in der Trägermitte auf. Im Firstbereich entstehen Querkzugspannungen aus der Umlenkung der Druckkräfte in der Oberkante. Es muss nachgewiesen werden, ob konstruktive Verstärkungen zur Aufnahme zusätzlicher, klimatisch bedingter Querkzugspannungen erforderlich sind.

3.1 Biegespannungen am Satteldachträger

Wegen der veränderlichen Trägerhöhe treten die maximalen Spannungen unter Gleichstreckenlast nicht in der Trägermitte sondern an der Stelle x auf, siehe Abb. 3-1.

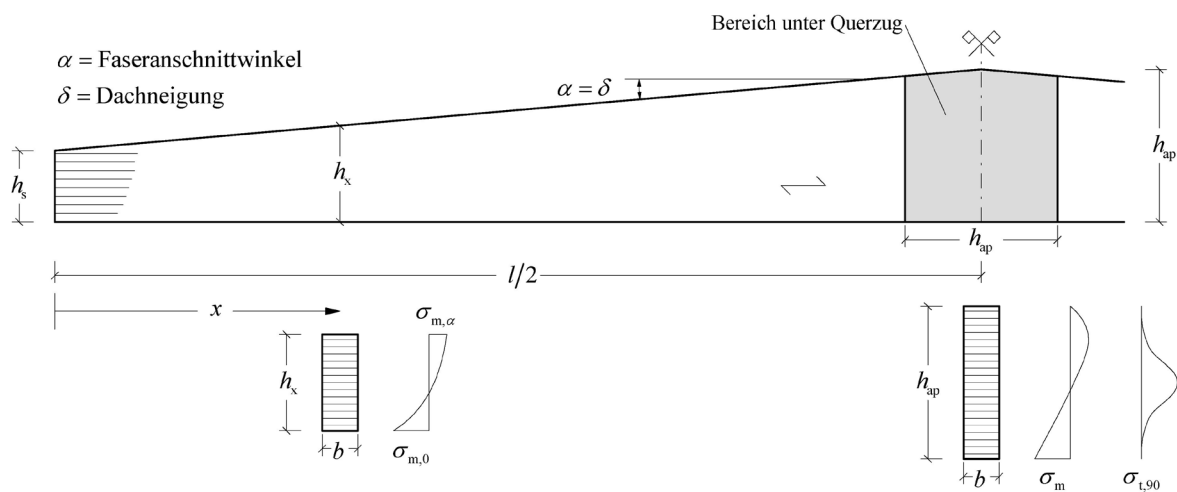


Abb. 3-1 Biege- und Querkzugspannungen am Satteldachträger

Für den üblichen Fall des Satteldachträgers unter Gleichstreckenlast wird die Stelle mit der größten Biegerandspannung wie folgt ermittelt

$$x = \frac{l \cdot h_s}{2 \cdot h_{ap}} \quad (3.1)$$

und die Höhe des Querschnitts an der Stelle x beträgt

$$h_x = h_s + x \cdot \tan \alpha \quad (3.2)$$

3.2 Querkzugspannungen am Satteldachträger

Bedingt durch den Knick der Oberkante treten im Firstquerschnitt infolge des Momentes die in Abb. 3-2 dargestellten Umlenkkräfte auf. Diese Kräfte erzeugen Querkzugspannungen, wie in Abb. 3-1 dargestellt.

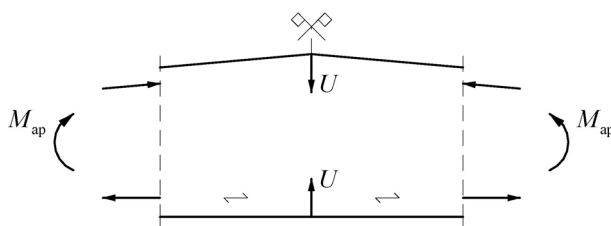


Abb. 3-2 Umlenkkräfte im Firstquerschnitt

3.3 Nachweis der Biegespannungen eines Satteldachträgers

Die Nachweise für einen symmetrischen Satteldachträger unter Gleichstreckenlast sind an der Stelle x wie für einen Pultdachträger nach den Gleichungen (2.3), (2.6) und (2.7) bzw. (2.8) zu führen.

Zusätzlich muss für den Firstquerschnitt die folgende Bedingung erfüllt sein

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (3.3)$$

$$\sigma_{m,d} = \left(1 + 1,4 \cdot \tan \alpha + 5,4 \cdot \tan^2 \alpha\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad (3.4)$$

3.4 Nachweis der Querzug- und Schubspannungen im Firstquerschnitt

Im Firstquerschnitt treten Querzugspannungen infolge von Umlenkkraften und von Änderungen des Umgebungsklimas (z.B. Feuchtwechsel) auf.

Berechnung der Querzugspannungen im Firstquerschnitt:

$$\sigma_{t,90,d} = 0,2 \cdot \tan \alpha \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad (3.5)$$

Keine Verstärkung zur Aufnahme von Querzugspannungen ist erforderlich, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,4 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (3.6)$$

$$V = \min \left\{ \begin{array}{l} (1 - 0,25 \cdot \tan \alpha) \cdot h_{ap}^2 \cdot b \\ (2/3) \cdot V_{\text{Träger}} \end{array} \right\} \quad (3.7)$$

V querzugbeanspruchtes Volumen im Firstbereich in m^3

$V_{\text{Träger}}$ Gesamtvolumen des Trägers in m^3

Eine Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querzugspannungen ist ausreichend, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,3 \cdot (h_0/h_{ap})^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2 \leq 1 \quad \text{mit} \quad (3.8)$$

h_0 Bezugshöhe von 600 mm

Eine Verstärkung zur vollständigen Aufnahme der Querzugspannungen ist notwendig, wenn beide Bedingungen nach Gln. (3.6) und (3.8) nicht erfüllt sind.

3.5 Nachweis der Kippstabilität

Bei Stäben mit linear veränderlicher Querschnittshöhe dürfen die Querschnittswerte im Abstand der 0,65-fachen Stablänge vom Stabende mit dem kleineren Stabquerschnitt und der Größtwert des Biegemoments im Stab dem Nachweis zugrunde gelegt werden.

3.6 Nachweis der Gebrauchstauglichkeit

Für die Berechnung der elastischen Anfangsdurchbiegung von Satteldachträgern unter Gleichstreckenlast stehen Verfahren und Diagramme in der Standardliteratur zur Verfügung. Die Durchbiegungsanteile w_m aus Moment und w_v aus Schub können wie beim Pultdachträger ebenfalls nach Gl. (2.9) berechnet werden, wobei jedoch für k_m und k_v folgende Werte verwendet werden müssen:

$$k_m = \frac{\left(h_s/h_{ap}\right)^3}{0,15 + 0,85 \cdot \left(h_s/h_{ap}\right)} \quad \text{und} \quad k_v = \frac{2}{1 + \left(h_{ap}/h_s\right)^{2/3}} \quad (3.9)$$

Beispiel 3-1 Statischer Nachweis eines GL28h-Satteldachträgers mit geradem unteren Rand

Ein Satteldachträger aus GL28h soll bemessen werden. Der Firstquerschnitt ist gegen seitliches Ausweichen durch eine Einzelabstützung gehalten. Die Trägerenden sind gabelgelagert. Es muss die Frage geklärt werden, ob weitere Kippstabilisierungen erforderlich sind.

Charakteristische Werte der Belastung (Gleichstreckenlast am oberen Rand angreifend):

$$G_k = 6,3 \text{ kN/m} \quad \text{Eigengewicht}$$

$$Q_k = 16,3 \text{ kN/m} \quad \text{Schneelast an einem Ort in einer Höhe unter NN +1.000 m (KLED = kurz)}$$

Dachneigung $\alpha = 7^\circ$, Nutzungsklasse NKL 2, Überhöhung $w_0 = 30 \text{ mm}$.

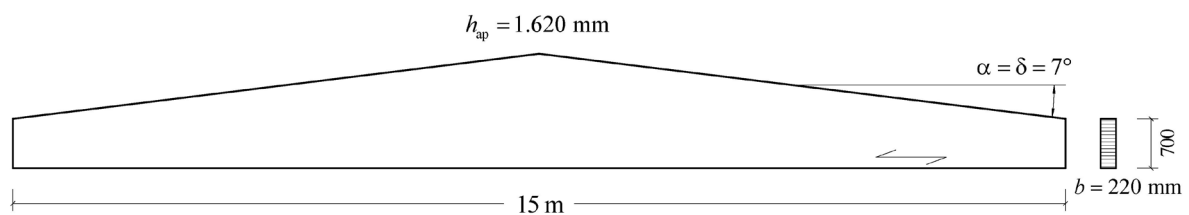


Abb. 3-3 Beispiel 3-1

- Standsicherheitsnachweis

$$f_{m,d} = \underbrace{k_h}_{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0} \cdot 0,90 \cdot \frac{28}{1,3} = 19,4 \text{ N/mm}^2 \quad f_{c,90,d} = 0,90 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Belastung

$$q_d = 1,35 \cdot q_{g,k} + 1,5 \cdot q_{p,k} = 1,35 \cdot 6,3 + 1,5 \cdot 16,3 = 32,96 \text{ kN/m}$$

Position x mit der höchsten Biegerandspannung und Trägerhöhe h_x

$$x = \frac{l \cdot h_s}{2 \cdot h_{ap}} = \frac{15.000 \cdot 700}{2 \cdot 1.620} = 3.241 \text{ mm}$$

$$h_x = 700 + 3.241 \cdot \tan 7^\circ = 1.098 \text{ mm}$$

Biegemoment bei Position x und im Firstquerschnitt

$$A = q_d \cdot \frac{l}{2} = 32,96 \cdot \frac{15,0}{2} = 247,2 \text{ kN}$$

$$M_{x,d} = A \cdot x - \frac{q_d \cdot x^2}{2} = 247,2 \cdot 3,241 - \frac{32,96 \cdot 3,241^2}{2} = 628,1 \text{ kNm}$$

$$M_{ap,d} = \frac{q_d \cdot l^2}{8} = \frac{32,96 \cdot 15^2}{8} = 927,0 \text{ kNm}$$

Biegerandspannungen bei Position x faserparalleler Rand unten

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h_x^2} = \frac{6 \cdot 628,1 \cdot 10^6}{220 \cdot 1.098^2} = 14,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} = \frac{14,2}{19,4} = 0,73 < 1$$

Biegerandspannungen bei Position x angeschnittener Rand oben (Druckbereich)

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,0,d} = 14,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{m,\alpha,c} \cdot f_{m,d}} = \frac{14,2}{0,828 \cdot 19,4} = 0,88 < 1$$

Biegerandspannungen im Firstquerschnitt

$$\sigma_{m,d} = \left(1 + 1,4 \cdot \tan \alpha + 5,4 \cdot \tan^2 \alpha\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = \underbrace{\left(1 + 1,4 \cdot \tan 7^\circ + 5,4 \cdot \tan^2 7^\circ\right)}_{1,253} \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot 927,0 \cdot 10^6}{220 \cdot 1.620^2}}_{9,63}$$

$$\sigma_{m,d} = 12,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{12,1}{19,4} = 0,62 < 1$$

- Nachweis der Kippstabilität

Querschnittshöhe im Abstand der 0,65-fachen Länge vom "kleineren" Stabende

$$h = 700 + 0,65 \cdot (1.620 - 700) = 1.298 \text{ mm}$$

Maximales Moment

$$M = M_{ap,d} = 927,0 \text{ kNm}$$

$$l_{ef} = 7.500 \text{ mm}$$

$$\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2} = \frac{7.500 \cdot 1.298}{220^2} = 201,1$$

$$\lambda_{rel,m} = \kappa_m \cdot \sqrt{\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2}} = 0,0562 \cdot \sqrt{201,1} = 0,797 \rightarrow k_{crit} = 0,962$$

Kippnachweis für den faserparallelen Rand unten

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h_x^2} = \frac{6 \cdot 927,0 \cdot 10^6}{220 \cdot 1.298^2} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,0,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} = \frac{15,0}{0,962 \cdot 19,4} = 0,80 < 1$$

Kippnachweis für den angeschnittenen Rand oben (Druckbereich)

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,0,d} = 15,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{crit} \cdot k_{m,\alpha,c} \cdot f_{m,d}} = \frac{15,0}{0,962 \cdot 0,828 \cdot 19,4} = 0,97 \rightarrow \text{Kippstabilisierung nicht notwendig}$$

- Querkzugspannungen im Firstquerschnitt

$$f_{t,90,d} = 0,90 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,346 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,90,d} = 0,2 \cdot \tan \alpha \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 0,2 \cdot \tan 7^\circ \cdot 9,63 = 0,2365 \text{ N/mm}^2$$

Verstärkung zur Aufnahme von Querkzugspannungen erforderlich?

$$V = h_{ap} \cdot (h_{ap} - 0,25 \cdot h_{ap} \cdot \tan \alpha) \cdot b = 1,620 \cdot (1,620 - 0,25 \cdot 1,620 \cdot \tan 7^\circ) \cdot 0,220 = 0,560 \text{ m}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,4 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{\underbrace{f_{v,d}}_{=0}} = \frac{0,2365}{\underbrace{1,4 \cdot (0,01/0,560)^{0,2}}_{0,626} \cdot 0,346} = 1,09 > 1 \quad \text{Verstärkung erforderlich}$$

Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querkzugspannungen ausreichend?

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,3 \cdot (h_0/h_{ap})^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2 = \frac{0,2365}{1,3 \cdot (600/1,620)^{0,3} \cdot 0,346} + (0)^2 = 0,71 < 1 \quad \text{ausreichend}$$

Gewählte Verstärkung:

eingeklebte Gewindestangen M8, Festigkeitsklasse 4.8 mit Mindestlänge von 1.400 mm.

Tragfähigkeit einer Gewindestange M8

$$N_{R,d} = 12,7 \text{ kN} \quad \text{aus Tab. 1-1 (S.8).}$$

Tragfähigkeit der Klebefuge nach Gl. (1.50)

$$f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t,90,Rd} = 0,5 \cdot f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} = 0,5 \cdot 2,77 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 700 = 24.366 \text{ N}$$

→ die Tragfähigkeit der Gewindestange ist maßgeblich!

Gesamt-Zugkraft im Firstbereich ($a_1 = 1.620 \text{ mm}$)

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b^2 \cdot a_1}{640} = \frac{0,2365 \cdot 220^2 \cdot 1,620}{640} \approx 29.000 \text{ N} \rightarrow \frac{29,0 \text{ kN}}{12,7 \text{ kN}} = 2,3 \rightarrow 3 \text{ Gewindestangen erforderlich}$$

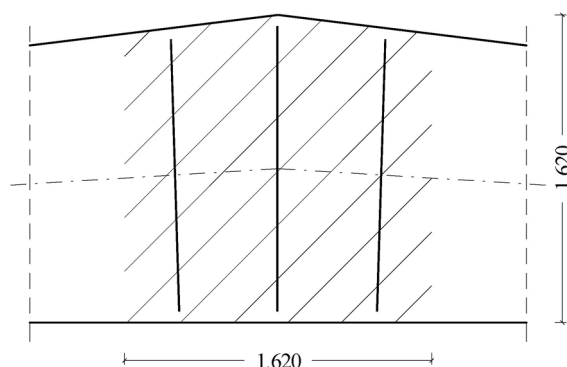


Abb. 3-4 Verstärkung des Querschnitts im Beispiel 3-1

Da im Firstquerschnitt die Querschnittsschwächung aus der Bohrung für die Gewindestange in der Biegezugzone liegt, muss dies beim Spannungsnachweis berücksichtigt werden. Beim vorliegenden geringen Ausnutzungsgrad lässt sich jedoch ohne erneute Berechnung abschätzen, dass der Nachweis erfüllt ist.

- Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen überhöhten Träger

$$I_s = b \cdot h_s^3 / 12 = 220 \cdot 700^3 / 12 = 6,288 \cdot 10^9 \text{ mm}^4 \quad A_s = b \cdot h_s = 220 \cdot 700 = 0,154 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$$

$$k_m = \frac{\left(h_s/h_{ap}\right)^3}{0,15 + 0,85 \cdot \left(h_s/h_{ap}\right)} = \frac{(700/1.620)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (700/1.620)} = 0,156$$

$$k_v = \frac{2}{1 + \left(h_{ap}/h_s\right)^{2/3}} = \frac{2}{1 + (1.620/700)^{2/3}} = 0,727$$

Durchbiegung aus ständiger Last

$$M_{\max} = G_k \cdot \frac{l^2}{8} = 6,3 \cdot \frac{15^2}{8} = 177,2 \text{ kNm}$$

$$w_m = \frac{M_{\max} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m = \frac{177,2 \cdot 10^6 \cdot 15.000^2}{9,6 \cdot 12.600 \cdot 6,288 \cdot 10^9} \cdot 0,156 = 8,2 \text{ mm}$$

$$w_v = \frac{1,2 \cdot M_{\max}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v = \frac{1,2 \cdot 177,2 \cdot 10^6}{780 \cdot 0,154 \cdot 10^6} \cdot 0,727 = 1,3 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst,G}} = 8,2 + 1,3 = 9,5 \text{ mm}$$

$$k_{\text{def}} = 0,8 \quad \psi_{2,1} = 0,0$$

Durchbiegung aus veränderlicher Last

$$w_{\text{inst,Q,1}} = \frac{16,3}{6,3} \cdot 9,5 = 24,6 \text{ mm}$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 9,5 + 24,6 = 34,1 \text{ mm} < \frac{15.000}{200} = 75 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}} = 34,1 + (9,5 + 0,0 \cdot 24,6) \cdot 0,8 = 43,6 \text{ mm} < \frac{15.000}{150} = 100 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c = (9,5 + 0,0 \cdot 24,6) \cdot (1 + 0,8) - 30 = -13 \text{ mm} < \frac{l}{250} = 60 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 3-1

4 Gekrümmte Träger mit konstanter Trägerhöhe

Gekrümmte BSH-Träger werden beispielsweise als Dachträger unter Tonnendächern verwendet. Durch Aufsetzen eines Firstkeils oder durch Aufständungen lässt sich eine gerade Oberkante herstellen, die für geneigte Dächer ohne Krümmung geeignet ist.

4.1 Biegespannungen am gekrümmten Träger

Die maximalen Spannungen unter Gleichstreckenlast treten in der Trägermitte auf.

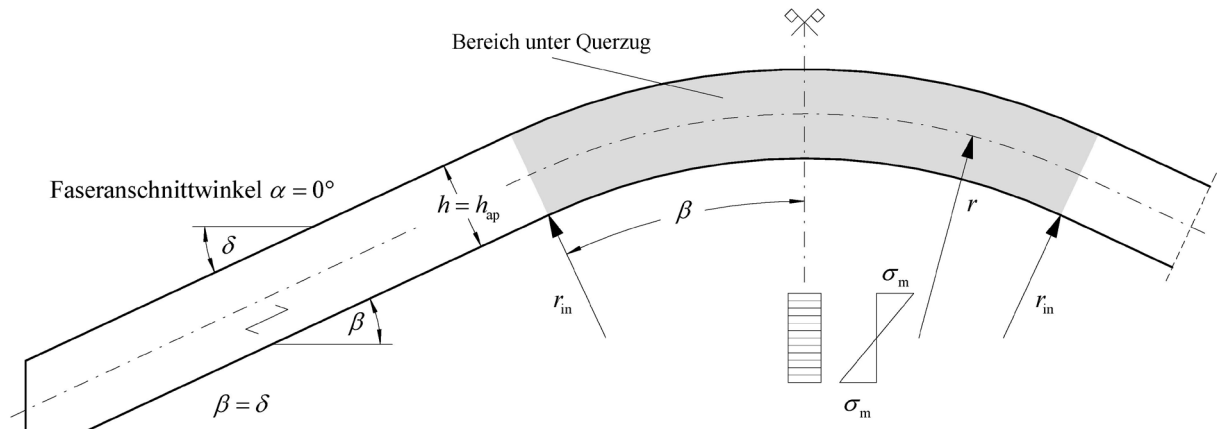


Abb. 4-1 Biegespannungen am gekrümmten Träger mit konstanter Trägerhöhe

4.2 Querzugspannungen am gekrümmten Träger

Im gekrümmten Bereich treten infolge der durch das Moment erzeugten Druck- und Zugspannungen die in Abb. 4-2 dargestellten Umlenkkräfte auf. Diese Kräfte erzeugen Querzugspannungen.

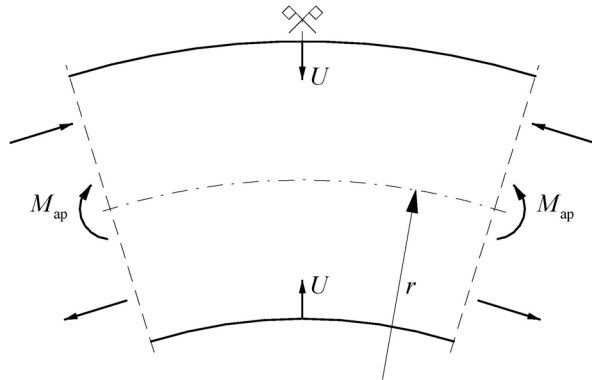


Abb. 4-2 Umlenkkräfte im gekrümmten Bereich

4.3 Nachweis der Biegespannungen eines gekrümmten Trägers

Der Nachweis für einen symmetrischen gekrümmten Träger unter Gleichstreckenlast wird für die Trägermitte wie folgt geführt:

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (4.1)$$

$$\sigma_{m,d} = \left(1 + 0,35 \cdot k_{ap} + 0,6 \cdot k_{ap}^2\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad (4.2)$$

- k_r Beiwert zur Berücksichtigung der zusätzlichen Belastung durch Biegung der Lamellen bei der Herstellung
 für $r_{in}/t \geq 240$ $k_r = 1$
 für $r_{in}/t < 240$ $k_r = 0,76 + 0,001 \cdot r_{in}/t$
- t Lamellendicke
- r mittlerer Krümmungsradius $r = r_{in} + h_{ap}/2$, siehe Abb. 4-1
- $k_{ap} = h_{ap}/r$

4.4 Nachweis der Querkzugspannungen im Firstquerschnitt

Im Firstquerschnitt treten Querkzugspannungen infolge von Umlenkkraften und von Änderungen des Umgebungsklimas (z.B. Feuchtewechsel) auf.

Berechnung der Querkzugspannungen im Firstquerschnitt:

$$\sigma_{t,90,d} = 0,25 \cdot k_{ap} \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad \text{und} \quad (4.3)$$

Keine Verstärkung zur Aufnahme von Querkzugspannungen ist erforderlich, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,4 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (4.4)$$

$$V = \min \left\{ \frac{2 \cdot \beta}{360^\circ} \cdot \pi \cdot \left[\left(r + \frac{h_{ap}}{2} \right)^2 - \left(r - \frac{h_{ap}}{2} \right)^2 \right] \cdot b \right. \\ \left. (2/3) \cdot V_{\text{Träger}} \right\} \quad (4.5)$$

V querkzugbeanspruchtes Volumen im Firstbereich in m^3

$V_{\text{Träger}}$ Gesamtvolumen des Trägers in m^3

Eine Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querkzugspannungen ist ausreichend, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,15 \cdot (h_0/h_{ap})^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2 \leq 1 \quad \text{mit} \quad (4.6)$$

h_0 Bezugshöhe von 600 mm

Eine Verstärkung zur vollständigen Aufnahme der Querkzugspannungen ist notwendig, wenn beide Bedingungen nach Gln. (4.4) und (4.6) nicht erfüllt sind.

4.5 Nachweis der Gebrauchstauglichkeit

Für die Berechnung der Durchbiegung von gekrümmten Trägern mit konstanter Trägerhöhe unter Gleichstreckenlast können die Anteile aus Schubverformung in der Regel vernachlässigt werden.

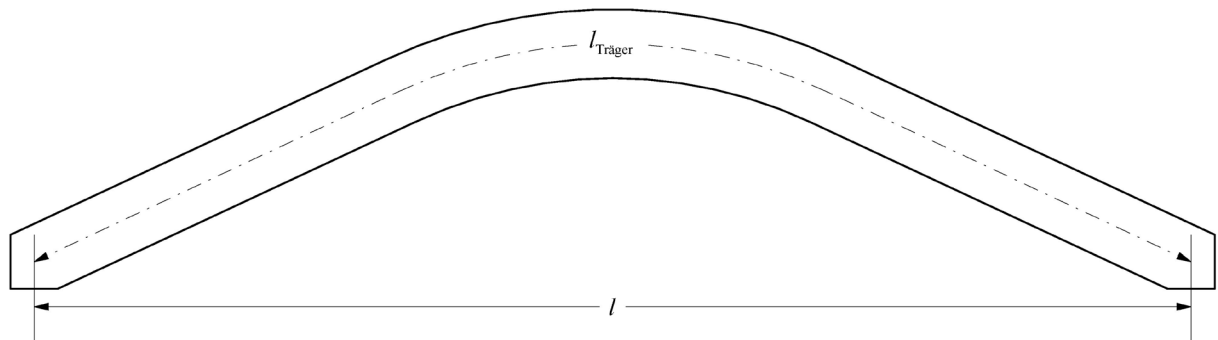


Abb. 4-3 Stützweite und Trägerlänge am gekrümmten Träger

Die elastische Anfangsdurchbiegung aus Biegeverformung unter Gleichlast kann nach Gl. (4.7) ermittelt werden:

$$w = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \cdot \frac{l_{\text{Träger}}}{l} \quad (4.7)$$

l Stützweite

$l_{\text{Träger}}$ Trägerlänge, siehe Abb. 4-3

Beim konstruktiven Entwurf der Auflager muss beachtet werden, dass neben der vertikalen Verformung des Trägers eine nicht unerhebliche horizontale Verschiebung des Gleitlagers entstehen kann.

Beispiel 4-1 Statischer Nachweis eines gekrümmten GL32h-Trägers mit konstanter Trägerhöhe

Ein gekrümmter Träger aus GL32h mit konstantem Querschnitt $b/h = 260/800$ mm soll bemessen werden. Der gekrümmte Bereich ist ausreichend gegen seitliches Ausweichen gehalten. Die Trägerenden sind gabelgelagert. Es muss die Frage geklärt werden, ob weitere Kippstabilisierungen erforderlich sind.

Charakteristische Werte der Belastung (Gleichstreckenlast am oberen Rand angreifend):

$G_k = 1,5$ kN/m Eigengewicht

$Q_k = 3,75$ kN/m Schneelast an einem Ort in einer Höhe unter NN +1.000 m (KLED = kurz)

Dachneigung $\delta = 18^\circ$, Nutzungsklasse NKL 1, Überhöhung $w_0 = 60$ mm.

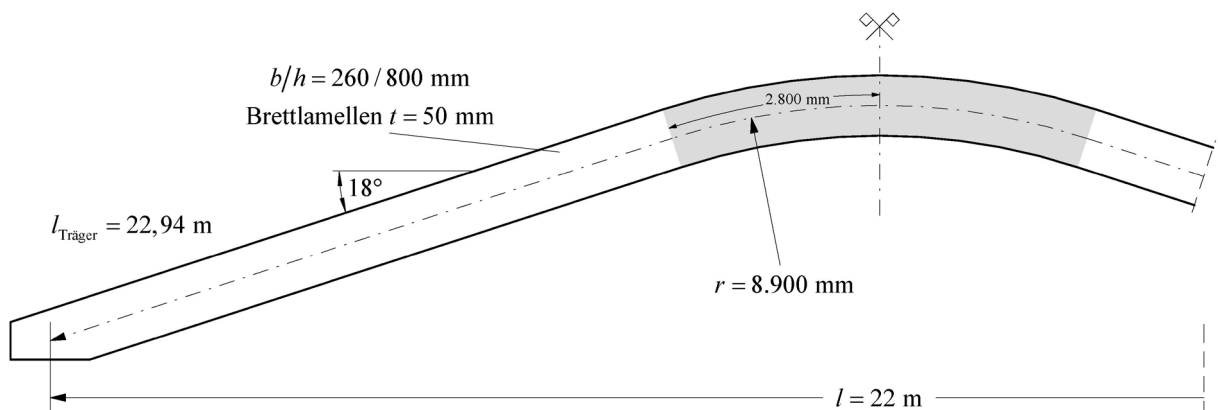


Abb. 4-4 Beispiel 4-1

- Standsicherheitsnachweis

$$f_{m,d} = \underbrace{k_h}_{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0} \cdot 0,90 \cdot \frac{32}{1,3} = 22,2 \text{ N/mm}^2 \quad f_{t,90,d} = 0,90 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,346 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Belastung und des maximalen Momentes

$$q_d = 1,35 \cdot q_{g,k} + 1,5 \cdot q_{p,k} = 1,35 \cdot 1,5 + 1,5 \cdot 3,75 = 7,65 \text{ kN/m}$$

$$M = \frac{7,65 \cdot 22^2}{8} = 462,8 \text{ kNm}$$

Biegerandspannungen im Firstquerschnitt

$$k_{ap} = \frac{h_{ap}}{r} = \frac{800}{8.900} = 0,090$$

$$\sigma_{m,d} = \left(1 + 0,35 \cdot k_{ap} + 0,6 \cdot k_{ap}^2\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = \underbrace{\left(1 + 0,35 \cdot 0,09 + 0,6 \cdot 0,09^2\right)}_{1,0363} \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot 462,8 \cdot 10^6}{260 \cdot 800^2}}_{16,69}$$

$$\sigma_{m,d} = 1,0363 \cdot 16,69 = 17,3 \text{ N/mm}^2$$

$$r_{in} = r - \frac{h}{2} = 8.900 - 400 = 8.500 \text{ mm}$$

$$\frac{r_{in}}{t} = \frac{8.500}{50} = 170 < 240 \rightarrow k_r = 0,76 + 0,001 \cdot r_{in} / t = 0,76 + 0,001 \cdot 170 = 0,93$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{17,3}{0,93 \cdot 22,2} = 0,84 < 1$$

- Nachweis der Kippstabilität

Im gekrümmten Bereich kann der Träger nicht nach dem Ersatzstabverfahren gemäß DIN 1052 beurteilt werden. In diesem Bereich muss der Träger ausreichend konstruktiv gegen seitliches Ausweichen gesichert werden. Für die geraden Bereiche ist das Ersatzstabverfahren anwendbar:

$$l_{ef} = 0,5 \cdot 22.940 - 2.800 = 8.670 \text{ mm}$$

$$\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2} = \frac{8.670 \cdot 800}{260^2} = 102,6 < \left(\frac{0,75}{\kappa_m}\right)^2 = 165 \rightarrow \text{Nachweis der Kippstabilität nicht erforderlich}$$

- Querzugspannungen im Firstquerschnitt

$$\sigma_{t,90,d} = 0,25 \cdot k_{ap} \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 0,25 \cdot 0,09 \cdot 16,69 = 0,376 \text{ N/mm}^2$$

Verstärkung zur Aufnahme von Querzugspannungen erforderlich?

$$V = \frac{2 \cdot 18}{360^\circ} \cdot \pi \cdot \left[(8,9 + 0,4)^2 - (8,9 - 0,4)^2 \right] \cdot 0,260 = 1,163 \text{ m}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,4 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_v}{f_{v,d}} = \frac{0,376}{1,4 \cdot (0,01/1,163)^{0,2} \cdot 0,346} = 2,01 > 1 \quad \text{Verstärkung erforderlich}$$

Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querkzugspannungen ausreichend?

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,15 \cdot \left(h_0/h_{ap}\right)^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \underbrace{\left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}}\right)^2}_0 = \frac{0,376}{1,15 \cdot (600/800)^{0,3} \cdot 0,346} = 1,029 > 1 \rightarrow \text{nicht ausreichend}$$

Gewählte Verstärkung:

eingeklebte Gewindestangen M8, Festigkeitsklasse 4.8 mit Länge von 700 mm, zweireihig: $n = 2$

Tragfähigkeit einer Gewindestange M8

$$N_{R,d} = 12,3 \text{ kN aus Tab. 1-1 (S.8).}$$

Tragfähigkeit der Klebefuge nach Gl. (1.50)

$$f_{k1,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t,90,Rd} = 0,5 \cdot f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{ad} = 0,5 \cdot 2,77 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 350 = 12.180 \text{ N}$$

→ die Tragfähigkeit der Klebefuge ist maßgeblich!

Erforderlicher Abstand der Verstärkungen in den beiden inneren Vierteln des querkzugbelasteten Bereiches

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} \leq 12.180 \text{ N}$$

$$a_1 \leq 12.180 \cdot \frac{n}{\sigma_{t,90,d} \cdot b} = 12.180 \cdot \frac{2}{0,376 \cdot 260} = 249 \text{ mm} \approx 250 \text{ mm}$$

Überprüfung des Abstandes nach Gl. (1.47): $250 \leq (a_1 = 250) \leq 0,75 \cdot h_{ap} \rightarrow \text{ist erfüllt}$

Erforderlicher Abstand der Verstärkungen in den beiden äußeren Vierteln des querkzugbelasteten Bereiches

$$F_{t,90,d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n}$$

$$a_1 \leq \frac{3}{2} \cdot 249 \text{ mm} \approx 370 \text{ mm}$$

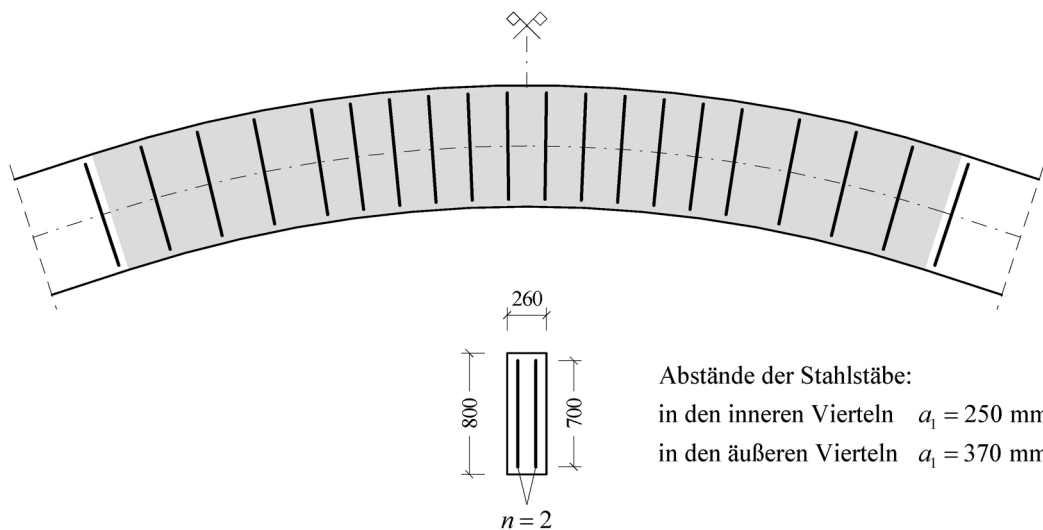


Abb. 4-5 Verstärkungen im gekrümmten Bereich

Da im Firstquerschnitt die Querschnittsschwächung aus der Bohrung für die Gewindestangen in der Biegezugzone liegt, muss dies beim Spannungsnachweis berücksichtigt werden.

$$b_n = b - 2 \cdot d_r = 260 - 2 \cdot 8 = 244 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{m,d} = \left(1 + 0,35 \cdot k_{ap} + 0,6 \cdot k_{ap}^2\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b_n \cdot h_{ap}^2} = \underbrace{\left(1 + 0,35 \cdot 0,09 + 0,6 \cdot 0,09^2\right)}_{1,0363} \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot 462,8 \cdot 10^6}{244 \cdot 800^2}}_{17,78}$$

$$\sigma_{m,d} = 1,0363 \cdot 17,78 = 18,43 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{18,4}{0,93 \cdot 22,2} = 0,89 < 1$$

- Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen überhöhten Träger

$$I = b \cdot h^3 / 12 = 260 \cdot 800^3 / 12 = 1,109 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

Durchbiegung aus ständiger Last

$$w_{G,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \cdot \frac{l_{Träger}}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1,5 \cdot 22.000^4}{13.700 \cdot 1,109 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{22,94}{22}$$

$$w_{G,inst} = 30,1 \cdot 1,043 = 31,4 \text{ mm}$$

Durchbiegung aus veränderlicher Last

$$w_{Q,1,inst} = \frac{3,75}{1,5} \cdot 31,4 = 78,5 \text{ mm}$$

$$k_{def} = 0,6 \quad \psi_{2,1} = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{inst} = w_{inst,G} + w_{inst,Q,1} + \underbrace{\sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{inst,Q,i})}_{\text{bei mehreren veränderlichen Einwirkung}} = 31,4 + 78,5 = 109,9 \text{ mm} < \frac{22.000}{200} = 110 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{fin} = w_{inst} + \left(w_{inst,G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right) \cdot k_{def} = 109,9 + (31,4 + 0,0 \cdot 78,5) \cdot 0,6 = 129 \text{ mm} < \frac{l}{150} = 147 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{net,fin} = \left(w_{inst,G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right) \cdot (1 + k_{def}) - w_c = (31,4 + 0,0 \cdot 78,5) \cdot (1 + 0,6) - 60 = -10 \text{ mm} < \frac{l}{250} = 88 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 4-1

5 Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand

Ein Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand ist ein Einfeldträger aus Brettschichtholz (BSH) mit veränderlichem Querschnitt. Er eignet sich z.B. als Binder unter einem Satteldach, daher der Name. Die Brett lamellen verlaufen parallel zur Unterkante, die im Mittelbereich gekrümmt ist. Durch diese Herstellungsweise lässt sich erreichen, dass der Trägerquerschnitt bei größeren Spannweiten in der Mitte nicht zu stark anwächst. In den auflagnahen Bereichen ist der Träger gevoutet, d.h. an der Oberseite sind die Brett lamellen angeschnitten. Wegen der veränderlichen Trägerhöhe treten die maximalen Biegespannungen unter Gleichstreckenlast nicht zwangsläufig in der Trägermitte auf. Im gekrümmten Bereich entstehen Querkzugspannungen aus der Umlenkung der Druckkräfte in der Oberkante. Es muss nachgewiesen werden, ob konstruktive Verstärkungen zur Aufnahme zusätzlicher, klimatisch bedingter Querkzugspannungen erforderlich sind.

Die Bemessungsgleichungen für den Firstbereich gelten für Dachneigungswinkel $\delta \leq 20^\circ$.

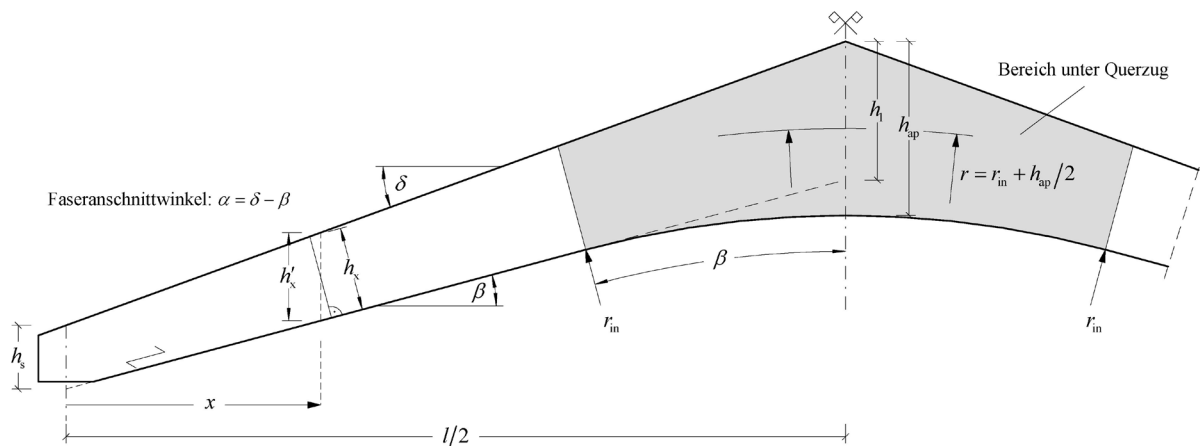


Abb. 5-1 Bezeichnungen am Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand

5.1 Nachweis der Biegespannungen im nicht gekrümmten Bereich

Wegen der veränderlichen Trägerhöhe treten die maximalen Spannungen unter Gleichstreckenlast nicht in der Trägermitte sondern an der Stelle x auf, siehe Abb. 5-1. Unter Gleichstreckenlast wird die Stelle x mit der größten Biegerandspannung wie folgt ermittelt

$$x = \frac{l \cdot h_s}{2 \cdot h_1} \quad \text{mit} \quad h_1 = h_s + \frac{l}{2} \cdot (\tan \delta - \tan \beta) \quad (5.1)$$

und die Höhe des Querschnitts an der Stelle x beträgt

$$h_x = \frac{h'_x}{2} \cdot \left(\frac{\cos \delta}{\cos \alpha} + \cos \beta \right) \quad \text{mit} \quad h'_x = h_s + x \cdot (\tan \delta - \tan \beta) \quad (5.2)$$

Die Nachweise für einen symmetrischen Satteldachträger unter Gleichstreckenlast sind an der Stelle x wie für einen Pultdachträger nach den Gleichungen (2.3), (2.6) und (2.7) bzw. (2.8) zu führen.

5.2 Nachweis der Biegespannungen im gekrümmten Bereich

Im Firstquerschnitt muss die folgende Bedingung für die Biegerandspannung erfüllt sein:

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (5.3)$$

$$\sigma_{m,d} = k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad \text{und} \quad (5.4)$$

$$k_l = k_1 + k_2 \cdot k_{ap} + k_3 \cdot k_{ap}^2 + k_4 \cdot k_{ap}^3 \quad (5.5)$$

k_r Beiwert zur Berücksichtigung der zusätzlichen Belastung durch Biegung der Lamellen bei der Herstellung

für $r_{in}/t \geq 240$ $k_r = 1$

für $r_{in}/t < 240$ $k_r = 0,76 + 0,001 \cdot r_{in}/t$

t Lamellendicke

r mittlerer Krümmungsradius $r = r_{in} + h_{ap}/2$, siehe Abb. 5-1

$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \tan \delta + 5,4 \cdot \tan^2 \delta$ $k_2 = 0,35 - 8 \cdot \tan \delta$ $k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \tan \delta - 7,8 \cdot \tan^2 \delta$

$k_4 = 6 \cdot \tan^2 \delta$ $k_{ap} = h_{ap}/r$

δ	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7
5°	1,1638	-0,3499	1,2665	0,0459	0,0175	0,1387	0,1531
6°	1,2068	-0,4908	1,3862	0,0663	0,0210	0,1211	0,1765
7°	1,2533	-0,6323	1,5015	0,0905	0,0246	0,1050	0,1975
8°	1,3034	-0,7743	1,6124	0,1185	0,0281	0,0905	0,2161
9°	1,3572	-0,9171	1,7189	0,1505	0,0317	0,0776	0,2323
10°	1,4148	-1,0606	1,8210	0,1865	0,0353	0,0663	0,2459
11°	1,4762	-1,2050	1,9186	0,2267	0,0389	0,0567	0,2571
12°	1,5416	-1,3505	2,0118	0,2711	0,0425	0,0486	0,2656
13°	1,6110	-1,4969	2,1005	0,3198	0,0462	0,0423	0,2716
14°	1,6847	-1,6446	2,1845	0,3730	0,0499	0,0376	0,2749
15°	1,7628	-1,7936	2,2640	0,4308	0,0536	0,0347	0,2755
16°	1,8454	-1,9440	2,3386	0,4933	0,0573	0,0337	0,2733
17°	1,9328	-2,0958	2,4085	0,5608	0,0611	0,0344	0,2681
18°	2,0250	-2,2494	2,4734	0,6334	0,0650	0,0371	0,2600
19°	2,1223	-2,4046	2,5331	0,7114	0,0689	0,0418	0,2488
20°	2,2249	-2,5618	2,5877	0,7948	0,0728	0,0485	0,2344

Tab. 5-1 Beiwerte k_1 bis k_7 für Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand

5.3 Nachweis der Querkzug- und Schubspannungen im Firstquerschnitt

Bedingt durch den Knick der Oberkante und die Krümmung der Unterkante entstehen im Firstquerschnitt infolge des Momentes die in Abb. 5-2 dargestellten Umlenkkräfte U .

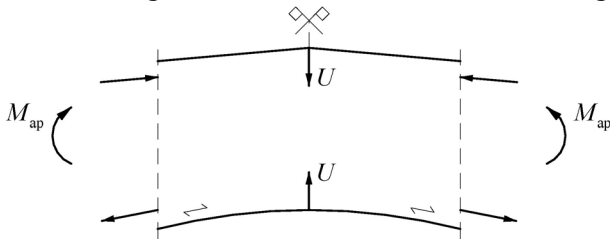


Abb. 5-2 Umlenkkräfte im Firstquerschnitt

Im Firstquerschnitt treten Querkzugspannungen infolge von Umlenkkräften und von Änderungen des Umgebungsklimas (z.B. Feuchtwechsel) auf. Berechnung der Querkzugspannungen im Firstquerschnitt:

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad \text{und} \quad (5.6)$$

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot k_{ap} + k_7 \cdot k_{ap}^2 \quad (5.7)$$

$$k_5 = 0,2 \cdot \tan \delta$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \tan \delta + 2,6 \cdot \tan^2 \delta$$

$$k_7 = 2,1 \cdot \tan \delta - 4 \cdot \tan^2 \delta$$

Keine Verstärkung zur Aufnahme von Querkzugspannungen ist erforderlich, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,7 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1 \quad \text{mit} \quad (5.8)$$

$$V = \min \left\{ 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (r_{in} + h_{ap})^2 \cdot \frac{\sin \beta}{\sin(90^\circ + \alpha)} \cdot \sin(90^\circ - \delta) - \frac{\beta}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r_{in}^2 \right] \cdot b \right. \\ \left. (2/3) \cdot V_{\text{Träger}} \right\} \quad (5.9)$$

V querkzugbeanspruchtes Volumen im Firstbereich in m^3

$V_{\text{Träger}}$ Gesamtvolumen des Trägers in m^3

Eine Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querkzugspannungen ist ausreichend, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,3 \cdot (h_0/h_{ap})^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2 \leq 1 \quad (5.10)$$

h_0 Bezugshöhe von 600 mm

Eine Verstärkung zur vollständigen Aufnahme der Querkzugspannungen ist notwendig, wenn beide Bedingungen nach Gln. (5.8) und (5.10) nicht erfüllt sind.

5.4 Nachweis der Kippstabilität

Im gekrümmten Bereich kann der Träger nicht nach dem Ersatzstabverfahren gemäß DIN 1052 beurteilt werden. In diesem Bereich muss der Träger ausreichend konstruktiv gegen seitliches Ausweichen gesichert werden.

Für die nicht gekrümmten Bereiche ist das Ersatzstabverfahren anwendbar. Bei Stäben mit linear veränderlicher Querschnittshöhe dürfen die Querschnittswerte im Abstand der 0,65-fachen Stablänge vom Stabende mit dem kleineren Stabquerschnitt und der Größtwert des Biegemoments im Stab dem Nachweis zugrunde gelegt werden.

5.5 Nachweis der Gebrauchstauglichkeit

Da für diese gemischte Trägerform keine Durchbiegungswerte vorliegen, werden ersatzweise die Gln. (2.9) und (3.9) für einen Satteldachträger mit gerader Unterkante angewendet. Als Querschnittshöhe im First wird anstelle der vorhandenen Querschnittshöhe h_{ap} die Höhe h_1 angesetzt. Diese Trägergeometrie weist geringere Querschnittshöhen als der vorhandene Träger auf und liegt daher für die Abschätzung der Verformungen auf der sicheren Seite. Die Berechnung der elastischen Durchbiegung kann also nach den folgenden Gleichungen erfolgen:

$$w_m = \frac{M_{\max} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m \quad \text{und} \quad w_v = \frac{1,2 \cdot M_{\max}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v \quad (5.11)$$

$$k_m = \frac{(h_s/h_1)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (h_s/h_1)} \quad \text{und} \quad k_v = \frac{2}{1 + (h_1/h_s)^{2/3}} \quad (5.12)$$

Beispiel 5-1 Statischer Nachweis eines GL28h-Satteldachträgers mit gekrümmtem unteren Rand

Ein Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand aus GL28h soll bemessen werden. Der gekrümmte Bereich des Trägers ist ausreichend gegen seitliches Ausweichen gehalten. Die Trägerenden sind gabelgelagert. Es muss die Frage geklärt werden, ob weitere Kippstabilisierungen im nicht gekrümmten Bereich erforderlich sind.

Charakteristische Werte der Belastung (Gleichstreckenlast am oberen Rand angreifend):

$$G_k = 5,9 \text{ kN/m} \quad \text{Eigengewicht}$$

$$Q_k = 15,4 \text{ kN/m} \quad \text{Schneelast an einem Ort in einer Höhe unter NN +1.000 m (KLED = kurz)}$$

Dachneigung $\delta = 17^\circ$, Nutzungsklasse NKL 1, Überhöhung $w_0 = 20 \text{ mm}$.

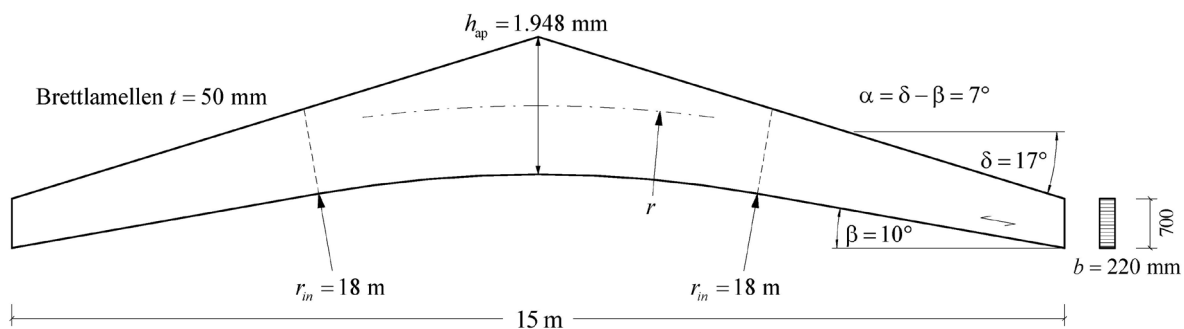


Abb. 5-3 Beispiel 5-1

- Standsicherheitsnachweis

$$f_{m,d} = \underbrace{k_h}_{h > 600 \text{ mm} \rightarrow 1,0} \cdot 0,90 \cdot \frac{28}{1,3} = 19,4 \text{ N/mm}^2 \quad f_{t,90,d} = 0,90 \cdot \frac{0,5}{1,3} = 0,346 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Belastung

$$q_d = 1,35 \cdot q_{g,k} + 1,5 \cdot q_{p,k} = 1,35 \cdot 5,9 + 1,5 \cdot 15,4 = 31,1 \text{ kN/m}$$

Position x mit der höchsten Biegerandspannung

$$h_1 = h_s + \frac{l}{2} \cdot (\tan \delta - \tan \beta) = 700 + \frac{15.000}{2} \cdot (\tan 17^\circ - \tan 10^\circ) = 1.671 \text{ mm}$$

$$x = \frac{l \cdot h_s}{2 \cdot h_1} = \frac{15.000 \cdot 700}{2 \cdot 1.671} = 3.143 \text{ mm}$$

Trägerhöhe h_x

$$h'_x = h_s + x \cdot (\tan \delta - \tan \beta) = 700 + 3.143 \cdot (\tan 17^\circ - \tan 10^\circ) = 1.107 \text{ mm}$$

$$h_x = \frac{h'_x}{2} \cdot \left(\frac{\cos \delta}{\cos \alpha} + \cos \beta \right) = \frac{1.107}{2} \cdot \left(\frac{\cos 17^\circ}{\cos 7^\circ} + \cos 10^\circ \right) = 1.078 \text{ mm}$$

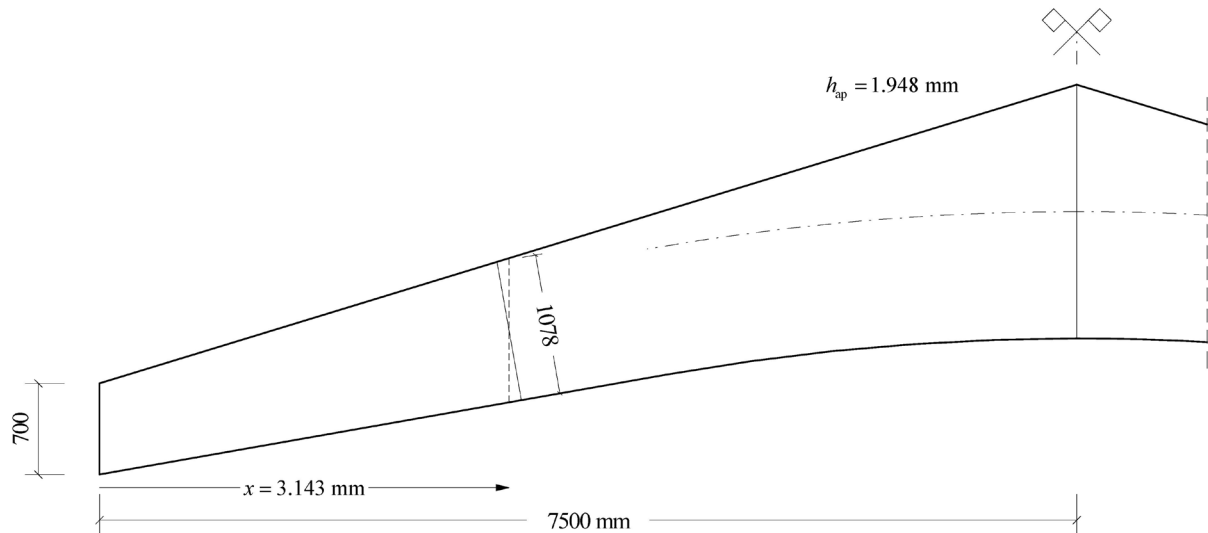


Abb. 5-4 Ort der maximalen Biegeandspannung im nicht gekrümmten Bereich

Biegemoment bei Position x und im Firstquerschnitt

$$A = q_d \cdot \frac{l}{2} = 31,1 \cdot \frac{15,0}{2} = 233,25 \text{ kN}$$

$$M_{x,d} = A \cdot x - \frac{q_d \cdot x^2}{2} = 233,25 \cdot 3,143 - \frac{31,1 \cdot 3,143^2}{2} = 579,5 \text{ kNm}$$

$$M_{ap,d} = \frac{q_d \cdot l^2}{8} = \frac{31,1 \cdot 15^2}{8} = 874,7 \text{ kNm}$$

Biegeandspannungen bei Position x faserparalleler Rand unten

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{6 \cdot M_{x,d}}{b \cdot h_x^2} = \frac{6 \cdot 579,5 \cdot 10^6}{220 \cdot 1.078^2} = 13,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,0,d}}{f_{m,d}} = \frac{13,6}{19,4} = 0,70 < 1$$

Biegeandspannungen bei Position x angeschnittener Rand oben (Druckbereich)

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,0,d} = 13,60 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,\alpha,d}}{k_{\alpha,c} \cdot f_{m,d}} = \frac{13,60}{0,828 \cdot 19,4} = 0,85 < 1 \quad k_{m,\alpha,c} \text{ nach Tab. 2-1 (S.41)}$$

Biegeandspannungen im Firstquerschnitt

$$\frac{r_{in}}{t} = \frac{18.000}{50} = 360 > 240 \rightarrow k_r = 1$$

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \tan \delta + 5,4 \cdot \tan^2 \delta = 1 + 1,4 \cdot \tan 17^\circ + 5,4 \cdot \tan^2 17^\circ = 1,933$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \cdot \tan \delta = 0,35 - 8 \cdot \tan 17^\circ = -2,096$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \tan \delta - 7,8 \cdot \tan^2 \delta = 0,6 + 8,3 \cdot \tan 17^\circ - 7,8 \cdot \tan^2 17^\circ = 2,408$$

$$k_4 = 6 \cdot \tan^2 \delta = 6 \cdot \tan^2 17^\circ = 0,5608$$

$$k_{ap} = \frac{h_{ap}}{r} = \frac{1.948}{18.000 + 0,5 \cdot 1.948} = 0,1027$$

$$k_l = k_1 + k_2 \cdot k_{ap} + k_3 \cdot k_{ap}^2 + k_4 \cdot k_{ap}^3 = 1,933 - 2,096 \cdot 0,1027 + 2,408 \cdot 0,1027^2 + 0,561 \cdot 0,1027^3 = 1,744$$

$$\sigma_{m,d} = k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 1,744 \cdot \frac{6 \cdot 874,7 \cdot 10^6}{220 \cdot 1.948^2}$$

6,29

$$\sigma_{m,d} = 1,744 \cdot 6,29 = 11,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{11,0}{1,0 \cdot 19,4} = 0,57 < 1$$

- Nachweis der Kippstabilität

Der gekrümmte Bereich des Trägers ist ausreichend gegen seitliches Ausweichen gehalten. Es wird die Kippstabilität in den nicht gekrümmten Bereichen untersucht.

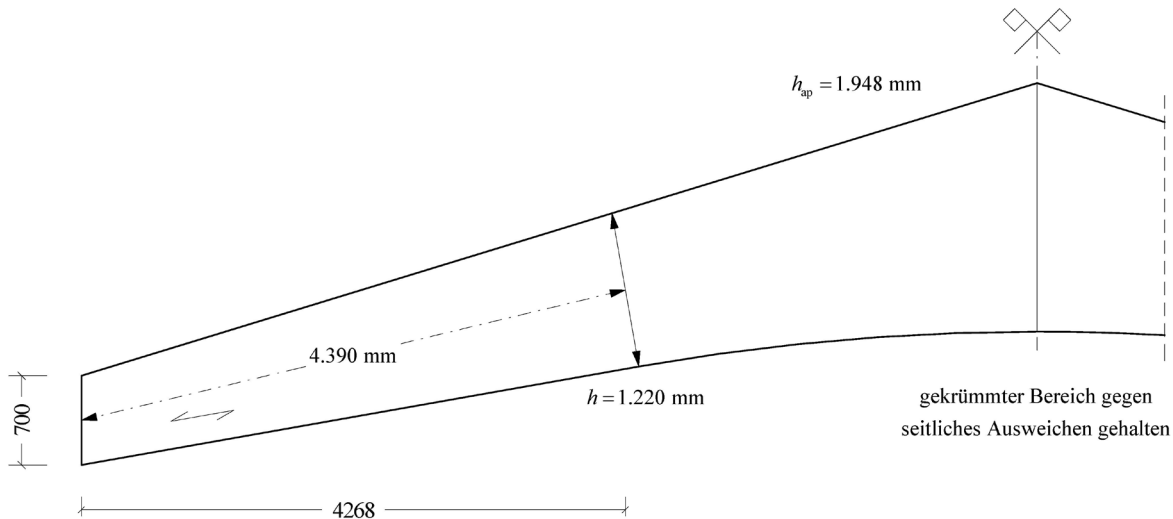


Abb. 5-5 Trägerabmessungen im nicht gekrümmten Bereich im Beispiel 5-1

Querschnittshöhe im Abstand der 0,65-fachen Länge vom "kleineren" Stabende

$$h = 700 + 0,65 \cdot (1.220 - 700) = 1.038 \text{ mm}$$

Maximales Moment im nicht gekrümmten Bereich

$$A = q_d \cdot \frac{l}{2} = 31,1 \cdot \frac{15,0}{2} = 233,25 \text{ kN}$$

$$M_{x,d} = A \cdot x - \frac{q_d \cdot x^2}{2} = 233,25 \cdot 4,268 - \frac{31,1 \cdot 4,268^2}{2} = 712,3 \text{ kNm}$$

$$l_{ef} = 4.390 \text{ mm}$$

$$\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2} = \frac{4.390 \cdot 1.220}{220^2} = 110,7 < \left(\frac{0,75}{\kappa_m} \right)^2 = 178 \rightarrow \text{Nachweis der Kippstabilität nicht erforderlich}$$

- Querzugspannungen im Firstquerschnitt

$$k_5 = 0,2 \cdot \tan \delta = 0,2 \cdot \tan 17^\circ = 0,06115$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \tan \delta + 2,6 \cdot \tan^2 \delta = 0,25 - 1,5 \cdot \tan 17^\circ + 2,6 \cdot \tan^2 17^\circ = 0,03443$$

$$k_7 = 2,1 \cdot \tan \delta - 4 \cdot \tan^2 \delta = 2,1 \cdot \tan 17^\circ - 4 \cdot \tan^2 17^\circ = 0,2681$$

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot k_{ap} + k_7 \cdot k_{ap}^2 = 0,06115 + 0,03443 \cdot 0,1027 + 0,2681 \cdot 0,1027^2 = 0,06751$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 0,06751 \cdot 6,29 = 0,425 \text{ N/mm}^2$$

Verstärkung zur Aufnahme von Querkzugspannungen erforderlich?

$$V = 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (r_{\text{in}} + h_{\text{ap}})^2 \cdot \frac{\sin \beta}{\sin(90^\circ + \alpha)} \cdot \sin(90^\circ - \delta) - \frac{\beta}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r_{\text{in}}^2 \right] \cdot b$$

$$V = 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 19,948^2 \cdot \frac{\sin 10^\circ}{\sin(90^\circ + 7^\circ)} \cdot \sin(90^\circ - 17^\circ) - \frac{10^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 18,0^2 \right] \cdot 0,220 = 2,21 \text{ m}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,7 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,425}{1,7 \cdot (0,01/2,21)^{0,2} \cdot 0,346} = 2,13 > 1$$

Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querkzugspannungen ist ausreichend?

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,3 \cdot (h_0/h_{\text{ap}})^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \underbrace{\left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2}_{=0} = \frac{0,425}{1,3 \cdot (600/1.948)^{0,3} \cdot 0,346} = 1,35 > 1 \quad \text{nicht ausreichend}$$

Gewählte Verstärkung:

eingeklebte Gewindestangen M12, Festigkeitskl. 4.8, Mindestlänge 1.100 mm, zweireihig: $n = 2$

Tragfähigkeit einer Gewindestange M12: $N_{R,d} = 21,6 \text{ kN}$ aus Tab. 1-1 (S.8).

Tragfähigkeit der Klebefuge nach Gl. (1.50)

$$f_{k1,k} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{k1,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{k1,k}}{\gamma_M} = 0,9 \cdot \frac{4,0}{1,3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{t,90,Rd} = 0,5 \cdot f_{k1,d} \cdot \pi \cdot d_r \cdot l_{\text{ad}} = 0,5 \cdot 2,77 \cdot \pi \cdot 550 \cdot 12 = 28.700 \text{ N}$$

→ die Tragfähigkeit des Stahlstabes ist maßgeblich!

Erforderlicher Abstand der Verstärkungen in den beiden inneren Vierteln des querkzugbelasteten Bereiches

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} \leq 21.600 \text{ N}$$

$$a_1 \leq 21.600 \cdot \frac{n}{\sigma_{t,90,d} \cdot b} = 21.600 \cdot \frac{2}{0,425 \cdot 220} = 460 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt } 400 \text{ mm}$$

Überprüfung des Abstandes nach Gl. (1.47):

$$250 \leq a_1 \leq 0,75 \cdot h_{\text{ap}} \rightarrow 250 \leq 400 \leq 1.461 (= 0,75 \cdot 1.948) \rightarrow \text{ist erfüllt}$$

Erforderlicher Abstand der Verstärkungen in den beiden äußeren Vierteln des querkzugbelasteten Bereiches

$$F_{t,90,d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b \cdot a_1}{n} \rightarrow a_1 \leq \frac{3}{2} \cdot 460 \text{ mm} = 690 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt } 600 \text{ mm}$$

Überprüfung des Abstandes nach Gl. (1.47):

$$250 \leq a_1 \leq 0,75 \cdot h_{\text{ap}} \rightarrow 250 \leq 600 \leq 1.461 (= 0,75 \cdot 1.948) \rightarrow \text{zulässig}$$

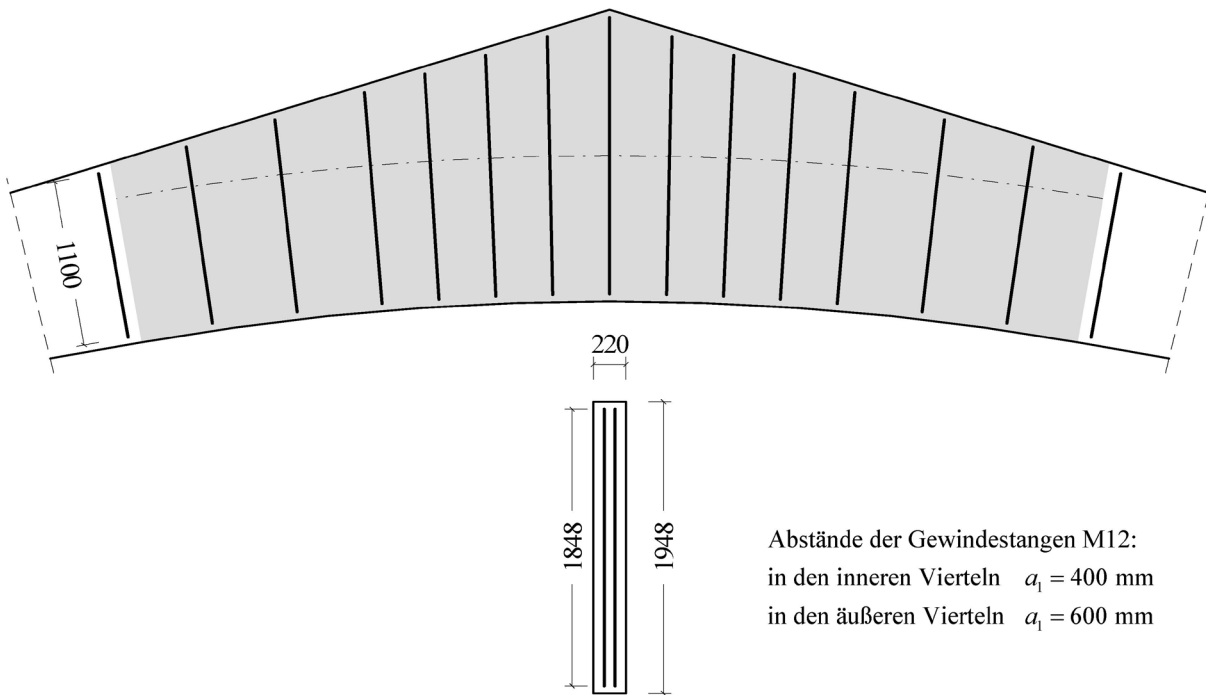


Abb. 5-6 Verstärkungen im Firstbereich im Beispiel 5-1

Da im Firstquerschnitt die Querschnittsschwächung aus der Bohrung für die Gewindestangen in der Biegezugzone liegt, muss dies beim Spannungsnachweis berücksichtigt werden.

$$b_n = b - d_r = 220 - 2 \cdot 12 = 196 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,d} = k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b_n \cdot h_{ap}^2} = 1,744 \cdot \frac{6 \cdot 874,7 \cdot 10^6}{196 \cdot 1.948^2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{7,07}$

$$\sigma_{m,d} = 1,744 \cdot 7,07 = 12,31 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{12,31}{1,0 \cdot 19,38} = 0,63 < 1$$

- Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen überhöhten Träger

$$I_s = b \cdot h_s^3 / 12 = 220 \cdot 700^3 / 12 = 6,288 \cdot 10^9 \text{ mm}^4 \quad A_s = b \cdot h_s = 220 \cdot 700 = 0,154 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$$

$$k_m = \frac{(h_s/h_1)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (h_s/h_1)} = \frac{(700/1.671)^3}{0,15 + 0,85 \cdot (700/1.671)} = 0,145$$

$$k_v = \frac{2}{1 + (h_1/h_s)^{2/3}} = \frac{2}{1 + (1.671/700)^{2/3}} = 0,718$$

Durchbiegung aus ständiger Last

$$M_{\max} = G_k^2 \cdot \frac{l^2}{8} = 5,9 \cdot \frac{15^2}{8} = 165,9 \text{ kNm}$$

$$w_m = \frac{M_{\max} \cdot l^2}{9,6 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I_s} \cdot k_m = \frac{165,9 \cdot 10^6 \cdot 15.000^2}{9,6 \cdot 12.600 \cdot 6,288 \cdot 10^9} \cdot 0,145 = 7,1 \text{ mm}$$

$$w_v = \frac{1,2 \cdot M_{\max}}{G_{\text{mean}} \cdot A_s} \cdot k_v = \frac{1,2 \cdot 165,9 \cdot 10^6}{780 \cdot 0,154 \cdot 10^6} \cdot 0,718 = 1,2 \text{ mm}$$

$$w_{G,\text{inst}} = 7,1 + 1,2 = 8,3 \text{ mm}$$

Durchbiegung aus veränderlicher Last

$$w_{Q,1,inst} = \frac{15,4}{5,9} \cdot 8,3 = 21,7 \text{ mm}$$

$$k_{def} = 0,8 \quad \psi_{2,1} = 0,0$$

Anfangsdurchbiegung (ohne Kriechanteile):

$$w_{inst} = w_{inst,G} + w_{inst,Q,1} + \underbrace{\sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{inst,Q,i})}_{\text{bei mehreren veränderlichen Einwirkung}} = 8,3 + 21,7 = 30,0 \text{ mm} < \frac{15.000}{200} = 75 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung (mit Kriechanteilen):

$$w_{fin} = w_{inst} + \left(w_{inst,G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right) \cdot k_{def} = 30,0 + (8,3 + 0,0 \cdot 21,7) \cdot 0,8 = 36,6 \text{ mm} < \frac{15.000}{150} = 100 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung abzüglich Überhöhung:

$$w_{net,fin} = \left(w_{inst,G} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{inst,Q,i} \right) \cdot (1 + k_{def}) - w_c = (8,3 + 0,0 \cdot 21,7) \cdot (1 + 0,8) - 20 = -5 \text{ mm} < \frac{15.000}{250} = 60 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 5-1

Beispiel 5-2 Statischer Nachweis eines GL28h-Satteldachträgers mit gekrümmtem unteren Rand bei lose aufgelegtem Firstkeil

Der Satteldachträger mit gekrümmtem unteren Rand aus Beispiel 5-1 soll bemessen werden für eine Ausführung mit einem lose aufgelegten Firstkeil. Die Trägerenden sind gabelgelagert und der gekrümmte Bereich des Trägers ist ausreichend gegen seitliches Ausweichen gesichert. Es muss geklärt werden, ob im nicht gekrümmten Bereich weitere Kippstabilisierungen erforderlich sind.

Diese Trägerform stellt eine Kombination aus nicht gekrümmten Bereichen an den Trägerenden und einem gekrümmten Bereich mit parallelen Kanten in Trägermitte dar. Die Bemessung der nicht gekrümmten Bereiche wird analog einem Satteldachträger mit gerader Unterkante vorgenommen. Der gekrümmte Bereich kann nach den Regeln für gekrümmte Träger mit konstanter Trägerhöhe bemessen werden, siehe dazu Kapitel 4.1 bis 4.4.

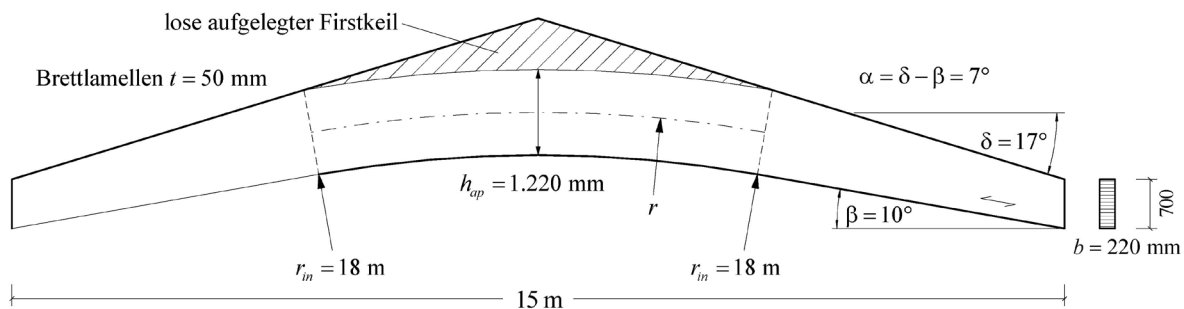


Abb. 5-7 Beispiel 5-2

- Standsicherheitsnachweis

Position x mit der höchsten Biegerandspannung, Trägerhöhe h_x und Nachweise der Biegerandspannungen wie in Beispiel 5-1, siehe auch Abb. 5-4.

Biegerandspannungen im Firstquerschnitt: gekrümmter Träger

$$k_{ap} = \frac{h_{ap}}{r} = \frac{1.220}{18.000 + 0,5 \cdot 1.220} = \frac{1.220}{18.610} = 0,06556$$

$$\sigma_{m,d} = \left(1 + 0,35 \cdot k_{ap} + 0,6 \cdot k_{ap}^2\right) \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = \underbrace{\left(1 + 0,35 \cdot 0,06556 + 0,6 \cdot 0,06556^2\right)}_{1,0255} \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot 874,7 \cdot 10^6}{220 \cdot 1.220^2}}_{16,03}$$

$$\sigma_{m,d} = 1,0255 \cdot 16,03 = 16,44 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{r_{in}}{t} = \frac{18.000}{50} = 360 > 240 \rightarrow k_r = 1$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{16,44}{1 \cdot 19,38} = 0,85 < 1$$

- Nachweis der Kippstabilität

Der zu untersuchende Träger ist an den Enden gabelgelagert und im gekrümmten Bereich ausreichend gegen seitliches Ausweichen gesichert. Es wird die Kippstabilität in den nicht gekrümmten Bereichen untersucht, siehe Abb. 5-8. Geometrie und Belastung sind im nicht gekrümmten Bereich identisch mit Beispiel 5-1, daher wird kein erneuter Nachweis erforderlich.

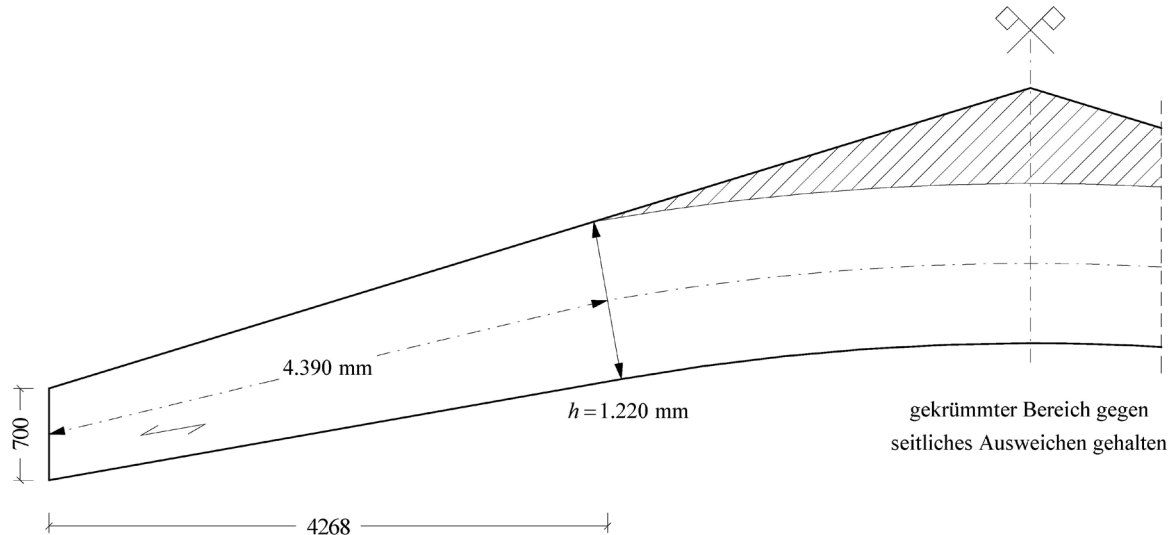


Abb. 5-8 Trägerabmessungen im nicht gekrümmten Bereich im Beispiel 5-2

- Querkzugspannungen im Firstquerschnitt: gekrümmter Träger

$$\sigma_{t,90,d} = 0,25 \cdot k_{ap} \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2} = 0,25 \cdot 0,06556 \cdot 16,03 = 0,263 \text{ N/mm}^2$$

Verstärkung zur Aufnahme von Querkzugspannungen erforderlich?

$$V = \frac{2 \cdot 18}{360^\circ} \cdot \pi \cdot [19,22^2 - 18^2] \cdot 0,220 = 3,138 \text{ m}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,4 \cdot (0,01/V)^{0,2} \cdot f_{t,90,d}} + \frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,263}{1,4 \cdot (0,01/3,138)^{0,2} \cdot 0,312} = 1,90 > 1 \text{ Verstärkung erforderlich}$$

Verstärkung zur Aufnahme klimabedingter Querkzugspannungen ausreichend?

$$\frac{\sigma_{t,90,d}}{1,15 \cdot (h_0/h_{ap})^{0,3} \cdot f_{t,90,d}} + \left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \right)^2 = \frac{0,263}{1,15 \cdot (600/1.220)^{0,3} \cdot 0,312} = 0,91 < 1 \text{ ausreichend}$$

- Konstruktive Verstärkungen zur Aufnahme zusätzlicher, klimabedingter Querkzugspannungen für die Zugkraft nach Gl. (1.46)

Gewählte Verstärkung:

eingeklebte Gewindestangen M12, Festigkeitsklasse 4.8, Mindestlänge 1.100 mm, einreihig: $n = 1$

Berechnung der Tragfähigkeit der Verstärkung siehe vorstehendes Beispiel.

$$F_{t,90,d} = \frac{\sigma_{t,90,d} \cdot b^2 \cdot a_1}{640 \cdot n} \rightarrow a_1 = F_{t,90,d} \cdot \frac{640 \cdot n}{\sigma_{t,90,d} \cdot b^2}$$

$$a_1 \leq 21.600 \cdot \frac{640 \cdot 1}{0,263 \cdot 220^2} = 1.086 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt: } a_1 = 900 \text{ mm} < 0,75 \cdot h_{ap} = 0,75 \cdot 1.220 = 915 \text{ mm}$$

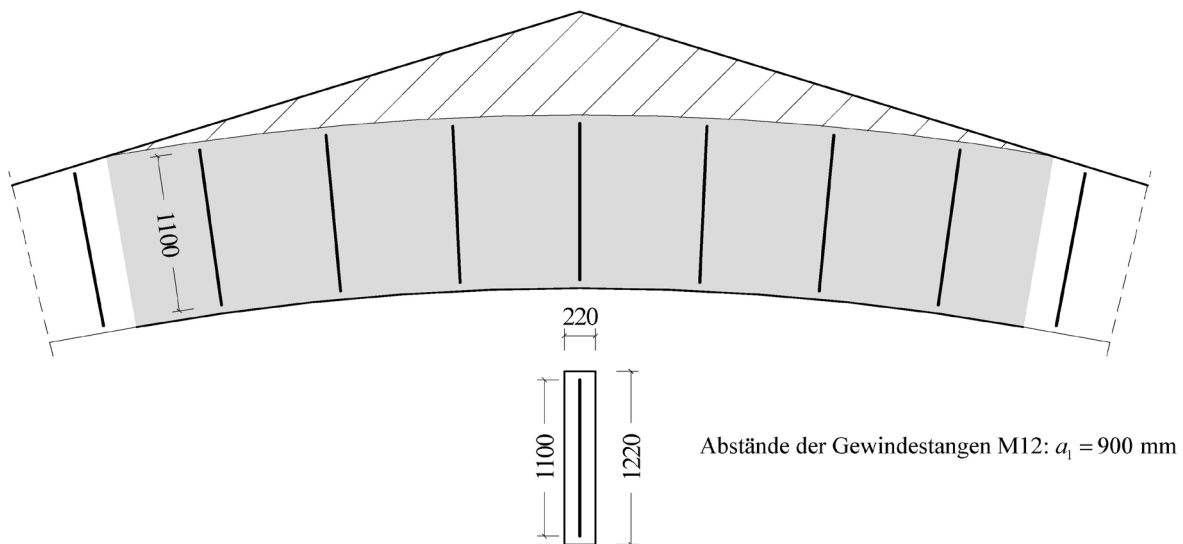


Abb. 5-9 Verstärkungen im Firstbereich im Beispiel 5-2

- Gebrauchstauglichkeitsnachweis

Für die vorliegende Trägerform findet sich keine Lösung in der Standardliteratur. Die elastische Anfangsdurchbiegung muss nach PvK bzw. mit einem Stabwerksprogramm berechnet werden.

Ende Beispiel 5-2

Literaturverzeichnis

- [DIN 1] DIN EN 1995-1-1:2010-12
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004 + AC:2006 + A1:2008
- [DIN 2] DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08 Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
- [DIN 3] DIN EN 1995-1-1/A2:2014-07
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004/A2:2014
- [DIN 4] DIN EN 338:2016-07 Bauholz für tragende Zwecke – Festigkeitsklassen
- [DIN 5] DIN EN 14080:2013-09 Holzbauwerke – Brettschichtholz und Balkenschichtholz - Anforderungen

Weiterführende Literatur

- [1] Blaß, Hans J.; Ehlbeck, Jürgen; Kreuzinger, Heinrich; Steck, Günter: *Erläuterungen zu DIN 1052:2004-08. Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken*. Bruderverlag Albert Bruder GmbH & Co. KG, Karlsruhe 2005
- [2] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 1 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Bemessung und Baustoffe. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995
- [3] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 2 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Bauteile Konstruktionen Details. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995
- [4] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 3 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Grundlagen Entwicklungen Ergänzungen. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995
- [5] Blass, H.J. et al. (Hrsg) :Timber Engineering STEP 1 – Basis of design, material properties, structural components and joints. Centrum Hout, Almere 1995
- [6] Blass H.J. et al. (Hrsg) :Timber Engineering STEP 2 – Design - Details and structural systems. Centrum Hout, Almere 1995

Stichwortverzeichnis

Ausklinkungen		Biegespannungen	39
unverstärkt	29	Defintion	39
Verstärkungen	31	Durchbiegung	41
Durchbiegungsnachweise		Queranschlüsse	
mehrere veränderlichen Einwirkungen ...44,		Verstärkungen	14
50, 56, 65		Satteldachträger	
Durchbrüche		Verstärkungen	35
erhöhte Biegespannungen	19	Satteldachträger gekrümmter unt. Rand ...	57
erhöhte Schubspannungen	25	Biegespannungen Firstquerschnitt	57
querzugbeanspruchte Bereiche	23	Biegespannungen nicht gekrümmter	
unverstärkt	18	Bereich	57
Verstärkung	23	Durchbiegung	59
Verstärkung außen.....	25	Kippstabilität	59
Verstärkung Stahlstäbe	23	Querzugspannungen	58
Gekrümmte BSH-Träger	51	Satteldachträger gerader unterer Rand	45
Biegespannungen.....	51	Biegespannungen	46
Durchbiegung	53	Durchbiegung	47
Querzugspannungen.....	51	Querzugspannungen	45
gekrümmte Träger		Sperrholz	
Verstärkungen	35	Festigkeiten	9
Kippstabilität		Stahlstäbe	
linear veränderlicher Querschnitt	41	Tragfähigkeit	8
Klebfugenfestigkeit bei Verstärkungen.....	10	Verstärkungen	
Klebfugentragfähigkeit von Stahlstäben		Tragfähigkeit Stahlstäbe.....	8
in Queranschlüssen	14, 24, 31, 36	zulässige außen liegende.....	9
Pultdachträger.....	39	zulässige Stahlstäbe	7